



ОСНОВЫ КИБЕРНЕТИКИ  
Задачи

Построить совершенную ДНФ и совершенную КНФ ФАЛ  $f(x_1, x_2, x_3)$ , столбец значений которой имеет вид  $\tilde{a}_f = (1100 1011)$ .

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$f(x_1, x_2, x_3)$
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

Сов. ДНФ:  
 $\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 x_3$

Сов. КНФ:  
 $(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3)(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)$

+

Функция  $f(\tilde{x}^4)$  задана вектором значений  $\tilde{a}_f = (1010 1111 1100 0100)$ . Построить сокращенную ДНФ функции  $f$ .

$\alpha = (1010 1111 1100 0100)$   
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

**Метод Карно**

		$x_3$	0	0	1	1
		$x_4$	0	1	1	0
$x_1$	$x_2$					
0	0		1	0	1	1
0	1		1	1	1	1
1	1		0	1	0	0
1	0		1	1	0	0

$k_1 = \bar{x}_1 \bar{x}_4$ ,  $k_3 = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$   
 $k_2 = \bar{x}_1 x_2$ ,  $k_4 = \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$   
 $k_5 = x_2 \bar{x}_3 x_4$ ,  $k_6 = x_1 \bar{x}_3 x_4$

$\Rightarrow f_{\text{сокр}} = \bar{x}_1 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_3 x_4$

Функция  $f(\tilde{x}^4)$  задана вектором значений  $\tilde{\alpha}_f = (1000\ 1101\ 1010\ 1011)$ . Построить сокращенную ДНФ функции  $f$ .

$\alpha = \{1000\ 1101\ 1010\ 1011\}$

	$X_3$	0	0	1	1
$X_1, X_2$	$X_4$	0	1	1	0
00		1	0	0	0
01		1	0	1	0
11		1	0	1	1
10		1	0	0	1

$K_1 = \bar{X}_3 \bar{X}_4$  |  $K_2 = X_1 \bar{X}_4$  |  $K_3 = X_2 X_3 X_4$  |  $K_4 = \bar{X}_1 X_2 X_4$  |  $K_5 = \bar{X}_1 X_2 \bar{X}_3$  |  $K_6 = X_1 X_2 X_3$

$\mathcal{A}_{\text{сокр.}} = \bar{X}_3 \bar{X}_4 \vee X_1 \bar{X}_4 \vee X_2 X_3 X_4 \vee \bar{X}_1 X_2 X_4 \vee \bar{X}_1 X_2 \bar{X}_3 \vee X_1 X_2 X_3$

стр. 105

Построить сокращенную ДНФ функции  $f(\tilde{x}^4)$ , заданной вектором значений:  $\tilde{\alpha}_f = (1010\ 1111\ 0011\ 0101)$ .

$\alpha = (1010\ 1111\ 0011\ 0101)$

	$X_3$	0	0	1	1
$X_1, X_2$	$X_4$	0	1	1	0
00		1	0	0	1
01		1	0	1	1
11		0	1	1	1
10		0	0	1	1

$K_1 = \bar{X}_1 \bar{X}_4$  |  $K_2 = X_2 X_4$  |  $K_3 = X_1 \bar{X}_2 X_3$  |  $K_4 = X_1 X_3 X_4$  |  $K_5 = \bar{X}_1 X_2 X_3$  |  $K_6 = \bar{X}_1 X_2$  |  $K_7 = \bar{X}_1 X_2 \bar{X}_3$  |  $K_8 = \bar{X}_2 X_3 \bar{X}_4$

$\mathcal{A}_{\text{сокр.}} = \bar{X}_1 \bar{X}_4 \vee X_2 X_4 \vee X_1 \bar{X}_2 X_3 \vee X_1 X_3 X_4 \vee \bar{X}_1 X_2 \vee \bar{X}_2 X_3 \bar{X}_4$

стр. 106

Построить сокращенную ДНФ функции  $f(\tilde{x}^4)$ , заданной вектором значений:  $\tilde{\alpha}_f = (1111\ 0011\ 0101\ 1011)$ .

$\alpha = (1111\ 0011\ 0101\ 1011)$

	$X_3$	0	0	1	1
$X_1, X_2$	$X_4$	0	1	1	0
00		1	1	1	1
01		0	0	1	1
11		1	0	1	1
10		0	1	1	0

$K_1 = \bar{X}_1 \bar{X}_2$  |  $K_2 = \bar{X}_1 X_3$  |  $K_3 = X_2 X_3$  |  $K_4 = X_3 X_4$  |  $K_5 = X_1 X_2 \bar{X}_4$  |  $K_6 = X_1 \bar{X}_2 X_4$

$\mathcal{A}_{\text{сокр.}} = \bar{X}_1 \bar{X}_2 \vee \bar{X}_1 X_3 \vee X_2 X_3 \vee X_3 X_4 \vee X_1 X_2 \bar{X}_4 \vee X_1 \bar{X}_2 X_4$

стр. 107

**Примечание:** КСПП (КЕПП) – на самом деле это kern (ядро)

Построить сокращенную ДНФ функции  $f(\tilde{x}^4)$ , заданной вектором значений:  
 $\tilde{\alpha}_f = (0010 \ 1110 \ 0111 \ 0111)$ .

$\tilde{\alpha}_f = (0010 \ 1110 \ 0111 \ 0111)$

$x_1 \backslash x_2 \ x_3 \ x_4$	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	1	1	0	1
11	0	1	1	1
10	0	1	1	1

карта Карно

$D_{\text{сокр.}} = \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_3 \vee x_1 x_4 \vee x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_4$

Построить сокращенную ДНФ функции  $f(\tilde{x}^4)$ , заданной вектором значений:  
 $\tilde{\alpha}_f = (1110 \ 1001 \ 1100 \ 0110)$ .

$\tilde{\alpha}_f = (1110 \ 1001 \ 1100 \ 0110)$ , сокр. ДНФ

$x_1 \backslash x_2 \ x_3 \ x_4$	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	1	0	0	1
11	0	1	0	0
10	1	0	0	0

сокр. ДНФ:  $K_1 \vee \dots \vee K_7$

$K_1 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$   
 $K_2 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4$   
 $K_3 = \bar{x}_1 \bar{x}_3 \bar{x}_4$   
 $K_4 = \bar{x}_1 \bar{x}_3 x_4$   
 $K_5 = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$   
 $K_6 = \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4$   
 $K_7 = x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4$

Построить сокращенную ДНФ ФАЛ  $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ , столбец значений которой имеет вид  $\tilde{\alpha}_f = (1110111001110100)$ . Применить градиентный алгоритм к покрытию характеристического множества ФАЛ  $f$  ее максимальными границами.

Метод Карно

$x_3$	0	0	1	1
$x_4$	0	1	1	0

$x_1$	$x_2$	$k_5$	$k_1$	$k_2$	$k_4$
0	0	1	1	0	1
0	1	1	1	0	1
1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0

$x_1$	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1
$x_2$	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1
$x_3$	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1
$x_4$	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

$k_1 = \overline{x_3} x_4$	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0
$k_2 = \overline{x_1} \overline{x_4}$	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
$k_3 = x_1 \overline{x_2} x_4$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	
$k_4 = \overline{x_2} x_3 \overline{x_4}$	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	
$k_5 = x_1 \overline{x_2} x_3$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	
$k_6 = \overline{x_1} \overline{x_3}$	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	

Градиентный алгоритм

На каждом шаге в матрице выбирается и добавляется в покрытие такая строка, которая покрывает наиб. число еще не покрытых столбцов, если таких несколько, то с наим. номером. Если все столбцы покрыты - концы (или нуль).

1 шаг:  $k_1$  — вычерк. строку и покрыт. столбцы

2 шаг:  $k_2$  — тоже самое

3 шаг:  $k_5$  —

концы — все столбцы либо вычеркнутые, либо нулевые.

Ответ:  $k_1 \vee k_2 \vee k_5$

+

Построить сокращенную ДНФ ФАЛ  $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ , столбец значений которой имеет вид  $\tilde{\alpha}_f = (0011\ 1101\ 1000\ 0111)$ , а также совершенную ДНФ и совершенную КНФ ФАЛ  $f(0, x_2, x_3, x_4)$ , рассматриваемой как ФАЛ от БП  $x_2, x_3, x_4$ .

1) Воспользуемся картами Карно:

$x_1 \backslash x_2 \backslash x_3 \backslash x_4$	00	01	11	10
00	00	11	11	00
01	11	11	10	00
11	01	11	11	00
10	10	00	00	00

$K_1 = x_2 x_4$   
 $K_2 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3$   
 $K_3 = \bar{x}_1 x_3 x_4$   
 $K_4 = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3$   
 $K_5 = x_1 x_2 x_3$   
 $K_6 = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$

$\Rightarrow$  сокр. ДНФ:  
 $K_1 \vee K_2 \vee K_3 \vee K_4 \vee K_5 \vee K_6$

2)  $x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad f(0, x_2, x_3, x_4)$

0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Сов. ДНФ:  $\bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_2 x_3 x_4$

Сов. КНФ:  $(x_2 \vee x_3 \vee x_4)(x_2 \vee x_3 \vee \bar{x}_4)(\bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee x_4)$

+

Построить сокращенную ДНФ ФАЛ  $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ , столбец значений которой имеет вид  $\tilde{a}_f = (1110 \ 1110 \ 0111 \ 0100)$ , а также совершенную ДНФ и совершенную КНФ ФАЛ  $f(x_1, x_2, x_3, 1)$ , рассматриваемой как ФАЛ от БП  $x_1, x_2, x_3$ .

Построить сокр. ДНФ ФАЛ  $f = (1110 \ 1110 \ 0111 \ 0100)$ ,  
 сов. ДНФ и сов. КНФ для  $f(x_1, x_2, x_3, 1)$

$x_3 \backslash x_1 \ x_2$	0 0 1 1
0 0	1 1 1 1
0 1	1 1 0 1
1 1	0 0 0 1
1 0	0 1 1 1

$K_1 = (0 \times 0 \times)$   
 $K_2 = (1 0 \times 1)$   
 $K_3 = (1 0 1 \times)$   
 $K_4 = (0 \times \times 0)$   
 $K_5 = (0 \times 1 0)$   
 $K_6 = (\times \times 0 1)$   
 $K_5 = (\times 0 1 0)$

$$f = \bar{x}_1 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_2 x_2 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 x_4$$

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$\hat{f}$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

$\hat{f} = f(x_1, x_2, x_3, 1) = (10101110)$   
 сов. ДНФ:  $\hat{f} = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3$   
 сов. КНФ:  $\hat{f} = (x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)(x_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)$

+

Построить сокращенную ДНФ ФАЛ  $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ , столбец значений которой имеет вид  $\tilde{\alpha}_f = (0110\ 0011\ 1001\ 0111)$ , а также совершенную ДНФ и совершенную КНФ ФАЛ  $f(x_1, x_2, 0, x_4)$ , рассматриваемой как ФАЛ от БП  $x_1, x_2, x_4$ .

(68)  $\tilde{\alpha}_f = (\overline{0110}\ \overline{0011}\ \overline{1001}\ \overline{0111}) \Rightarrow$  сокр ДНФ  $K_1 \vee \dots \vee K_5$

$x_3$	$x_4$	00	01	11	10
0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	0
1	0	1	0	0	0
1	1	1	0	1	1

$K_1 = x_2 x_3$   
 $K_2 = x_1 x_2 x_4$   
 $K_3 = x_1 x_3 x_4$   
 $K_4 = \bar{x}_1 x_3 \bar{x}_4$   
 $K_5 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4$   
 $K_6 = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$

СДНФ:  $x_1 x_2 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4$   
 $\Rightarrow$  СКНФ:  $(x_1 \vee x_2 \vee x_4)(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_4)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_4)$

Функция  $f(\tilde{x}^4)$  задана своей сокращенной ДНФ:

$$D_{\text{сокр}}(f) = \bar{x}_1 x_3 \vee x_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee x_3 x_4 \vee \bar{x}_2 x_4.$$

Построить для функции  $f$  ядро, ДНФ Квайна и все тупиковые ДНФ.

$D_{\text{сокр}}(f) = \bar{x}_1 x_3 \vee x_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee x_3 x_4 \vee \bar{x}_2 x_4$

	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$	$K_5$	$K_6$
$x_1$	0	0	0	0	0	0
$x_2$	0	0	1	1	0	0
$x_3$	0	1	0	0	1	1
$x_4$	0	1	0	1	0	1

$K_1$	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
$K_2$	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1
$K_3$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$K_4$	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$K_5$	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
$K_6$	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0

ядровые точки:  $(0000), (1001), (1100) \Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  ядро:  $K_2, K_4, K_6$

тупиковые:  
 $(y_1 \vee y_2)(y_1 \vee y_2 \vee y_5)(y_2 \vee y_5) \Rightarrow K_2 \vee K_3 \vee K_4 \vee K_6 \Rightarrow$   
 $= y_1 y_2 \vee y_1 y_5 \vee y_2 \vee y_2 y_5 =$   
 $= y_1 y_5 \vee y_2$   
 $\Rightarrow$  ДНФ Квайна:  $K_1 \vee K_2 \vee K_3 \vee K_4 \vee K_5 \vee K_6$

Функция  $f(\tilde{x}^4)$  задана своей сокращенной ДНФ:

$$D_{\text{сокр}}(f) = x_2\bar{x}_3 \vee x_2x_4 \vee x_1x_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee \bar{x}_2x_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3.$$

Построить для функции  $f$  ядро, ДНФ Квайна и все тупиковые ДНФ.

Ресур (f) -  $x_2\bar{x}_3 \vee x_2x_4 \vee x_1x_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee \bar{x}_2x_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3$

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_3$	$\bar{x}_4$	
$k_1 = x_2\bar{x}_3$	0	0	0	0	1	1	1	1	$y_1$
$k_2 = x_2x_4$	0	0	0	1	0	0	0	1	$y_2$
$k_3 = x_1x_4$	0	0	1	0	0	1	0	0	$y_3$
$k_4 = \bar{x}_1\bar{x}_3\bar{x}_4$	1	0	0	1	0	0	0	0	$y_4$
$k_5 = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_4$	1	0	1	0	0	0	0	0	$y_5$
$k_6 = \bar{x}_2x_3\bar{x}_4$	0	0	1	0	0	0	0	1	$y_6$
$k_7 = x_1\bar{x}_2x_3$	0	0	0	0	0	0	0	1	$y_7$

1) - вычерк. лишние точки  
2) - вычерк. лишние точки  
3) - вычерк. точки, которые покрыты другими строками

Далее строим КНФ по столбцам:

$$(y_4 \vee y_5) \cdot (y_5 \vee y_6) \cdot (y_6 \vee y_7) = (y_4 y_6 \vee y_5) \cdot (y_6 \vee y_7) = y_4 y_6 \vee y_5 y_6 \vee y_5 y_7.$$

Не забываем добавить вычеркнутые ДНФ:

Тупиковые ДНФ:  $k_1 \vee k_2 \vee k_3 \vee k_4 \vee k_6$   
 $k_1 \vee k_2 \vee k_3 \vee k_5 \vee k_6$   
 $k_1 \vee k_2 \vee k_3 \vee k_5 \vee k_7$

ДНФ Квайна: Из невычеркнутых строк выбираем те, что имеют 1 в столбцах отличных от элевых точек + вычеркнутые строки:  
 $k_1 \vee k_2 \vee k_3 \vee k_4 \vee k_5 \vee k_6 \vee k_7$

Ядро:  $\{k_1, k_2, k_3\}$  - все вычеркнутые строки

Построить ядро, ДНФ Квайна и все тупиковые ДНФ функции  $f(\tilde{x}^4)$ , заданной сокращенной ДНФ:  $D_{\text{сокр}}(f) = x_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_3\bar{x}_4 \vee \bar{x}_2\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1x_2x_4 \vee \bar{x}_1x_3x_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3$ .

$D_{\text{сокр}} = \overset{K_1}{x_2\bar{x}_3} \vee \overset{K_2}{\bar{x}_3\bar{x}_4} \vee \overset{K_3}{\bar{x}_2\bar{x}_4} \vee \overset{K_4}{x_1\bar{x}_4} \vee \overset{K_5}{\bar{x}_1x_2x_4} \vee \overset{K_6}{\bar{x}_1x_3x_4} \vee \overset{K_7}{\bar{x}_1\bar{x}_2x_3}$

$x_1$	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0
$x_2$	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0
$x_3$	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1
$x_4$	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0
$K_1$	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$K_2$	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
$K_3$	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
$K_4$	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
$K_5$	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
$K_6$	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
$K_7$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

--- ядр. точки  
 --- ядр. грани  
 - конс. ядра.

Ядро:  $\{K_3, K_4, K_7, K_1, K_2\}$

ДНФ Q:  $K_1 \vee K_2 \vee K_3 \vee K_4 \vee K_5 \vee K_6 \vee K_7$

$y_5 y_6 (y_5 \vee y_6) = y_5 y_6$

ДНФ туп:  $K_1 \vee K_2 \vee K_3 \vee K_4 \vee K_5 \vee K_6 \vee K_7$

стр. 113

Построить ядро, ДНФ Квайна и все тупиковые ДНФ функции  $f(\tilde{x}^4)$ , заданной сокращенной ДНФ:  $D_{\text{сокр}}(f) = \bar{x}_1x_2 \vee x_2\bar{x}_3 \vee x_2\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1x_3\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1x_4 \vee \bar{x}_3x_4$ .

(3)<sup>4,3</sup>  $D_{\text{сокр}}(f) = \overset{K_1}{\bar{x}_1x_2} \vee \overset{K_2}{x_2\bar{x}_3} \vee \overset{K_3}{x_2\bar{x}_4} \vee \overset{K_4}{\bar{x}_1x_3} \vee \overset{K_5}{\bar{x}_3\bar{x}_4} \vee \overset{K_6}{\bar{x}_1x_4} \vee \overset{K_7}{\bar{x}_3x_4}$

$x_1$	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
$x_2$	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1
$x_3$	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1
$x_4$	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0
$K_1$	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
$K_2$	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0
$K_3$	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0
$K_4$	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
$K_5$	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
$K_6$	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
$K_7$	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1

0 - ядр. т.к.  
 - ядр. грани  
 конс. ядра.

Ядро:  $\{K_3, K_4, K_5, K_7\}$

ДНФ Q:  $K_3 \vee K_4 \vee K_5 \vee K_7$

$y_5 (y_1 \vee y_2) y_1 y_2 = y_1 y_2 y_5$

ТДНФ:  $K_1 \vee K_2 \vee K_3 \vee K_4 \vee K_5 \vee K_6 \vee K_7$

Построить ядро, ДНФ Квайна и все тупиковые ДНФ функции  $f(\tilde{x}^4)$ , заданной сокращенной ДНФ:  $D_{\text{сокр}}(f) = \bar{x}_1x_2 \vee x_1\bar{x}_2 \vee \bar{x}_2x_4 \vee x_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1x_4 \vee x_1\bar{x}_3 \vee \bar{x}_3x_4$ .

$$D_{\text{сокр}} = \underbrace{\bar{x}_1x_2}_{K_1} \vee \underbrace{x_1\bar{x}_2}_{K_2} \vee \underbrace{\bar{x}_2x_4}_{K_3} \vee \underbrace{x_2\bar{x}_3}_{K_4} \vee \underbrace{\bar{x}_1x_4}_{K_5} \vee \underbrace{x_1\bar{x}_3}_{K_6} \vee \underbrace{\bar{x}_3x_4}_{K_7}$$

$x_1$	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$x_2$	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1
$x_3$	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1
$x_4$	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
$K_1$	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
$K_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
$K_3$	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
$K_4$	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0
$K_5$	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
$K_6$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0
$K_7$	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0

Ядро:  $\{K_1, K_2\}$   
 ДНФ К:  $K_1 \vee K_2 \vee \dots \vee K_7$   
 ДНФ Т:  $(y_3 \vee y_5 \vee y_7)(y_3 \vee y_5)y_4(y_4 \vee y_5 \vee y_7)$   
 $(y_5)(y_6 \vee y_3)y_6y_3(y_4 \vee y_6)(y_4 \vee y_5 \vee y_7)$   
 $= y_3y_4y_5y_6$   
 $\Rightarrow K_1 \vee K_2 \vee K_3 \vee K_4 \vee K_5 \vee K_6$

стр. 114.

Опираясь на следующую таблицу Квайна ФАЛ  $f$ ,  
указать (с необходимыми ссылками на соответствующие определения и утверждения)

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$\alpha_7$	$\alpha_8$	$\alpha_9$	$\alpha_{10}$	$\alpha_{11}$	$\alpha_{12}$
$N_{K_1}$	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1
$N_{K_2}$	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
$N_{K_3}$	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
$N_{K_4}$	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
$N_{K_5}$	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
$N_{K_6}$	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0
$N_{K_7}$	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0

все ядровые, регулярные точки этой ФАЛ, все ее ядровые и регулярные грани, ДНФ  $\cap T$  и ДНФ  $\Sigma T$ , а также ДНФ Квайна.

Таблица Квайна

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$\alpha_7$	$\alpha_8$	$\alpha_9$	$\alpha_{10}$	$\alpha_{11}$	$\alpha_{12}$
$N_{K_1}$	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1
$N_{K_2}$	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
$N_{K_3}$	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
$N_{K_4}$	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
$N_{K_5}$	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
$N_{K_6}$	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0
$N_{K_7}$	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0

$\Rightarrow$  ДНФ  $\cap T = N_{K_2} \cup N_{K_3} \cup N_{K_4}$  ← все ядров. грани  
 ДНФ  $\Sigma T = N_{K_2} \cup N_{K_3} \cup N_{K_4} \cup N_{K_5} \cup N_{K_6}$  ← все ядров. гр. точки  
 ДНФ Квайна =  $N_{K_1} \cup N_{K_2} \cup N_{K_3} \cup N_{K_4} \cup N_{K_5} \cup N_{K_6}$  ← не будут в ДНФ Квайна.  
 все эк. ядр. нулевости

Hint:

регуляр. грань-грань, где 1 в поз. пер. точек  
 регуляр. точка-сместь, ком. соед. в себе 1 в  
 месте позитивности, в ком. позит. все 1 какого-то другого  
 сместь.  
 ядровая точка-одна 1 в сместь.  
 ядровая грань-сторона, в ком. хотя бы одна 1  
 соотв. ядр. точка

+

Опираясь на следующую таблицу Квайна ФАЛ  $f$ ,  
указать (с необходимыми ссылками на соответствующие определения и утверждения)

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$\alpha_7$	$\alpha_8$	$\alpha_9$	$\alpha_{10}$	$\alpha_{11}$	$\alpha_{12}$
$N_{K_1}$	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
$N_{K_2}$	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
$N_{K_3}$	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0
$N_{K_4}$	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0
$N_{K_5}$	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
$N_{K_6}$	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0
$N_{K_7}$	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1
$N_{K_8}$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1

все ядровые, регулярные точки этой ФАЛ, все ее ядровые и регулярные грани, ДНФ  $\cap T$  и ДНФ  $\Sigma T$ , а также ДНФ Квайна.

Набор  $\alpha$ ,  $\alpha \in B^n$ , называется **ядровой точкой** ФАЛ  $f(x_1, \dots, x_n)$ , если  $\alpha \in N_f$  и  $\alpha$  входит только в одну максимальную грань ФАЛ  $f$ .

При этом грань  $N_K$ , являющаяся максимальной гранью ФАЛ  $f$  и содержащая точку  $\alpha$ , считается **ядровой гранью** ФАЛ  $f$ .

$\Pi_\alpha(f)$  - **пучок** ФАЛ  $f$  через точку  $\alpha$  - множество всех проходящих через  $\alpha$  максимальных граней ФАЛ  $f$ .

Точку  $\alpha$ ,  $\alpha \in N_f$ , будем называть **регулярной точкой** ФАЛ  $f$ , если найдется точка  $\beta$ ,  $\beta \in N_f$ , для которой имеет место строгое включение  $\Pi_\beta \in \Pi_\alpha$ .

Грань  $N_K$  ФАЛ  $f$  называется **регулярной гранью** этой ФАЛ, если все точки  $N_K$  регулярны.

**Т.** ДНФ  $\cap T$  ФАЛ  $f$  состоит из тех простых импликант ФАЛ  $f$ , которые соответствуют ядровым граням этой ФАЛ.

**Т.** Простая импликанта  $K$  ФАЛ  $f$  входит в ДНФ  $\Sigma T$  тогда и только тогда, когда грань  $N_K$  не является регулярной гранью этой ФАЛ.

ДНФ, получающаяся из сокращенной ДНФ ФАЛ  $f$  удалением тех ЭК  $K$ , для которых грань  $N_K$  покрывается ядром ФАЛ  $f$ , но не входит в него, называется **ДНФ Квайна** этой ФАЛ.

+

таблица Квайна

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$\alpha_7$	$\alpha_8$	$\alpha_9$	$\alpha_{10}$	$\alpha_{11}$	$\alpha_{12}$
$N_{K_1}$	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
$N_{K_2}$	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
$N_{K_3}$	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0
$N_{K_4}$	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0
$N_{K_5}$	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
$N_{K_6}$	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0
$N_{K_7}$	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1
$N_{K_8}$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1

ядровые точки:  $\alpha_7, \alpha_{11}, \alpha_{10} \Rightarrow$  ядровые грани:  $N_{K_2}, N_{K_5}, N_{K_6}$   
 регулярные точки:  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_8, \alpha_9, \alpha_{12} \Rightarrow$  регулярные грани:  
 $N_{K_1}, N_{K_3}, N_{K_4}, N_{K_7}, N_{K_8}$

ДНФ  $\cap T$ :  $K_2 \vee K_5 \vee K_6$   
 ДНФ  $\Sigma T$ :  $K_1 \vee K_2 \vee K_3 \vee K_5 \vee K_6$   
 ДНФ Квайна:  $K_1 \vee K_2 \vee K_3 \vee K_4 \vee K_5 \vee K_6 \vee K_7$

Опираясь на следующую таблицу Квайна ФАЛ  $f$ ,

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$\alpha_7$	$\alpha_8$	$\alpha_9$	$\alpha_{10}$	$\alpha_{11}$	$\alpha_{12}$
$N_{K_1}$	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
$N_{K_2}$	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0
$N_{K_3}$	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
$N_{K_4}$	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
$N_{K_5}$	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
$N_{K_6}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
$N_{K_7}$	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0

указать (с необходимыми ссылками на соответствующие определения и утверждения) все ядровые, регулярные точки этой ФАЛ, все ее ядровые и регулярные грани, ДНФ  $\cap T$  и ДНФ  $\Sigma T$ , а также ДНФ Квайна.

таблица Квайна

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$\alpha_7$	$\alpha_8$	$\alpha_9$	$\alpha_{10}$	$\alpha_{11}$	$\alpha_{12}$
$N_{K_1}$	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
$N_{K_2}$	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0
$N_{K_3}$	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
$N_{K_4}$	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
$N_{K_5}$	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
$N_{K_6}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
$N_{K_7}$	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0

ядровые точки:  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_9, \alpha_{10}, \alpha_{12} \Rightarrow$  ядровые грани:  $N_{K_1}, N_{K_5}, N_{K_6}$   
 регулярные точки:  $\alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_7, \alpha_8, \alpha_{11} \Rightarrow$  регулярные грани:  
 $N_{K_2}, N_{K_7}$

ДНФ  $\cap T$ :  $K_1 \vee K_5 \vee K_6$   
 ДНФ  $\Sigma T$ :  $K_1 \vee K_5 \vee K_6 \vee K_3 \vee K_4$   
 ДНФ Квайна:  $K_1 \vee K_2 \vee K_3 \vee K_4 \vee K_5 \vee K_6$

На основе ФАЛ покрытия для редуцированной таблицы Квайна построить все тупиковые, минимальные и кратчайшие ДНФ функции  $f(\tilde{x}^4)$ , заданной сокращенной ДНФ:  
 $D_{\text{сокр}}(f) = \bar{x}_2 x_3 \vee x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_3 \vee x_3 \bar{x}_4 \vee x_2 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2$

$D_{\text{сокр}} = \underbrace{\bar{x}_2 x_3}_{K_1} \vee \underbrace{x_2 \bar{x}_3}_{K_2} \vee \underbrace{x_1 \bar{x}_3}_{K_3} \vee \underbrace{x_3 \bar{x}_4}_{K_4} \vee \underbrace{x_2 \bar{x}_4}_{K_5} \vee \underbrace{x_1 \bar{x}_4}_{K_6} \vee \underbrace{x_1 \bar{x}_2}_{K_7}$

$x_1$	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
$x_2$	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1
$x_3$	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0
$x_4$	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

$y_4 y_5 (y_3 \vee y_6 \vee y_7) (y_5 \vee y_7) (y_4 \vee y_6 \vee y_7)$   
 $y_7 (y_3 \vee y_5 \vee y_6) y_3 (y_4 \vee y_5 \vee y_6)$   
 $= y_3 y_4 y_5 y_7$

$\Rightarrow$  Алгн. ДНФ:  $K_1 \vee K_2 \vee K_3 \vee K_4 \vee K_5 \vee K_6 \vee K_7$   
 $=$  мин. ДНФ  
 $=$  кратч. ДНФ

стр. 118.

На основе ФАЛ покрытия для редуцированной таблицы Квайна построить все тупиковые, минимальные и кратчайшие ДНФ функции  $f(\tilde{x}_4)$ , заданной сокращенной ДНФ:  
 $D_{\text{сокр}}(f) = \bar{x}_1 x_2 \vee x_2 \bar{x}_3 \vee x_2 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_3 \vee x_3 \bar{x}_4 \bar{x}_1 x_4 \vee \bar{x}_3 x_4$

$D_{\text{сокр}} = \underbrace{\bar{x}_1 x_2}_{K_1} \vee \underbrace{x_2 \bar{x}_3}_{K_2} \vee \underbrace{x_2 \bar{x}_4}_{K_3} \vee \underbrace{\bar{x}_1 x_3}_{K_4} \vee \underbrace{x_3 \bar{x}_4 \bar{x}_1 x_4}_{K_5} \vee \underbrace{\bar{x}_3 x_4}_{K_6}$

$x_1$	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	
$x_2$	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1
$x_3$	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0
$x_4$	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

$y_6 y_4 y_2 y_3$   
 $\Rightarrow$  Алгн. ДНФ:  $K_2 \vee K_3 \vee K_4 \vee K_5 \vee K_6$   
 $=$  мин. ДНФ  
 $=$  кратч. ДНФ  $\vee K_7$

стр. 121.

На основе ФАЛ покрытия для редуцированной таблицы Квайна построить все тупиковые, минимальные и кратчайшие ДНФ функции  $f(\tilde{x}_4)$ , заданной сокращенной ДНФ:  
 $D_{\text{сокр}}(f) = \bar{x}_2x_3 \vee \bar{x}_1x_3 \vee x_3\bar{x}_4 \vee \bar{x}_2x_4 \vee x_2\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1x_2 \vee \bar{x}_1x_4$ .

$D_{\text{сокр}}(f) = \bar{x}_2x_3 \vee \bar{x}_1x_3 \vee x_3\bar{x}_4 \vee \bar{x}_2x_4 \vee x_2\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1x_2 \vee \bar{x}_1x_4$   
 $K_1 \quad K_2 \quad K_3 \quad K_4 \quad K_6 \quad K_7 \quad K_5$

$x_1$	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	
$x_2$	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1
$x_3$	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1
$x_4$	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

$K_1$			1	1						1	1			
$K_2$			1	1			1	1						
$K_3$			1				1			1				1
$K_4$	1		1					1		1				
$K_5$					1		1				1		1	
$K_6$					1	1	1	1						
$K_7$	1		1		1	1								

дробные точки

$$(y_5 \vee y_2 \vee y_3)(y_6 \vee y_7)(y_2 \vee y_6 \vee y_7)(y_1 \vee y_3) =$$

$$= (y_1 \vee y_3)(y_6 \vee y_7) = y_1y_6 \vee y_1y_7 \vee y_3y_6 \vee y_3y_7$$

тупиковые ДНФ:

- $K_1 \vee K_4 \vee K_5 \vee K_6$
- $K_1 \vee K_4 \vee K_5 \vee K_7$
- $K_3 \vee K_4 \vee K_5 \vee K_6$
- $K_3 \vee K_4 \vee K_5 \vee K_7$

они же являются минимальными и кратчайшими

+

На основе ФАЛ покрытия для редуцированной таблицы Квайна построить все тупиковые, минимальные и кратчайшие ДНФ функции  $f(\tilde{x}_4)$ , заданной сокращенной ДНФ:  
 $D_{\text{сокр}}(f) = \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 x_4 \vee x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3$

$D_{\text{сокр}}(f) = \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 x_4 \vee x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \vee x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3$

$K_1 \quad K_2 \quad K_3 \quad K_4 \quad K_5 \quad K_6 \quad K_7$

$x_1$	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	
$x_2$	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1
$x_3$	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1
$x_4$	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0

таблица  
Квайна

группы	$K_1$	-	1	1											
	$K_2$														
	$K_3$				1										
	$K_4$	1				1									
	$K_5$	1	1												
	$K_6$														
	$K_7$														

эбровые точки

$(y_4 \vee y_5)(\overline{y_4 \vee y_5})(y_4 \vee y_6) = (y_6 \vee y_7) =$   
 $= (y_4 \vee y_5 y_6)(y_6 \vee y_7) = y_4 y_6 \vee y_5 y_7 \vee y_6 y_6$

тупиковые ДНФ:

$K_1 \vee K_2 \vee K_3 \vee K_4 \vee K_6$   
 $K_1 \vee K_2 \vee K_3 \vee K_4 \vee K_7$   
 $K_1 \vee K_2 \vee K_3 \vee K_5 \vee K_6$

они же являются  
минимальными  
и кратчайшими

+

На основе ФАЛ покрытия для редуцированной таблицы Квайна построить все тупиковые, минимальные и кратчайшие ДНФ функции  $f(\tilde{x}_4)$ , заданной сокращенной ДНФ:  
 $D_{\text{сокр}}(f) = \bar{x}_1 x_2 \vee x_2 \bar{x}_3 \vee x_2 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_3 \vee x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_4 \vee \bar{x}_3 x_4$

$D_{\text{сокр}}(f) = \bar{x}_1 x_2 \vee x_2 \bar{x}_3 \vee x_2 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_3 \vee x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_4 \vee \bar{x}_3 x_4$   
 $K_1 \quad K_2 \quad K_3 \quad K_4 \quad K_5 \quad K_6 \quad K_7$

$x_1$	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	
$x_2$	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1
$x_3$	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1
$x_4$	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0

$K_1$															
$K_2$															
$K_3$															
$K_4$															
$K_5$															
$K_6$															
$K_7$															

$(y_4 \vee y_6)(y_1 \vee y_2 \vee y_3)(y_1 \vee y_4 \vee y_6)(y_2 \vee y_3) =$   
 $= (y_4 \vee y_6)(y_2 \vee y_3) = y_2 y_4 \vee y_3 y_4 \vee y_2 y_6 \vee y_3 y_6$

все тупиковые ДНФ:

$K_2 \vee K_4 \vee K_5 \vee K_7$   
 $K_3 \vee K_4 \vee K_5 \vee K_7$   
 $K_2 \vee K_5 \vee K_6 \vee K_7$   
 $K_3 \vee K_5 \vee K_6 \vee K_7$

они же являются минимальными и кратчайшими

На основе ФАЛ покрытия для редуцированной таблицы Квайна построить все тупиковые, минимальные и кратчайшие ДНФ функции  $f(\tilde{x}_4)$ , заданной сокращенной ДНФ:  
 $D_{\text{сокр}}(f) = x_2\bar{x}_3 \vee x_2x_4 \vee x_1x_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee \bar{x}_2x_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3$

$D_{\text{сокр}}(f) = \bar{x}_2\bar{x}_3 \vee x_2x_4 \vee x_1x_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_4 \vee \bar{x}_2x_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3$

$x_1$	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$x_2$	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$x_3$	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1
$x_4$	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0

1) — проверка единичные точки  
 2) — проверка единичные грани  
 3) — проверка точки, которые покрывают единичные грани (если есть хотя бы одна точка покрытия)

$k_1 = \bar{x}_2\bar{x}_3$	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	$y_1$
$k_2 = x_2x_4$	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	$y_2$
$k_3 = x_1x_4$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	$y_3$
$k_4 = \bar{x}_1\bar{x}_3\bar{x}_4$	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$y_4$
$k_5 = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_4$	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$y_5$
$k_6 = \bar{x}_2x_3\bar{x}_4$	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	$y_6$
$k_7 = x_1\bar{x}_2x_3$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	$y_7$

Грани КНФ по столбцам!

$$(y_4 \vee y_5) \cdot (y_5 \vee y_6) \cdot (y_6 \vee y_7) = (y_4 y_6 \vee y_5) (y_6 \vee y_7) =$$

$$= (y_4 y_6 \vee y_5 y_6 \vee y_5 y_7)$$

Не забываем про проверку ТЦ!

Тупиковые ДНФ:  $k_5 \vee k_2 \vee k_3 \vee k_4 \vee k_6$   
 $k_1 \vee k_2 \vee k_3 \vee k_5 \vee k_6$   
 $k_1 \vee k_2 \vee k_3 \vee k_5 \vee k_7$

Минимальные ДНФ: — все тупиковые.  
Кратчайшие ДНФ: — все тупиковые

+

С помощью расширенной системы основных тождеств  $\tilde{\tau}^{ocn}$  построить ЭП для формул  $\mathcal{F} = x_3 \overline{x_1 x_2} \vee x_2 \overline{x_1 x_3}$  и  $\mathcal{G} = (\overline{x_2} \vee (x_1 \vee \overline{x_3})) (\overline{x_1} \vee x_3) \vee x_1 x_3 \overline{x_2 x_3}$ .

С помощью расшир. сист. осн. тождеств  $\tilde{\tau}^{ocn}$  построить ЭП для  $\mathcal{F}$  и  $\mathcal{G}$

$$\mathcal{F} = x_3 \overline{x_1 x_2} \vee x_2 \overline{x_1 x_3}; \quad \mathcal{G} = (\overline{x_2} \vee (x_1 \vee \overline{x_3})) (\overline{x_1} \vee x_3) \vee x_1 x_3 \overline{x_2 x_3}$$

$$\mathcal{F} \stackrel{M, t_2}{\rightarrow} x_3 (\overline{x_1} \vee \overline{x_2}) \vee x_2 \overline{x_1 x_3} \stackrel{M, t_1}{\rightarrow} x_3 (x_1 \vee \overline{x_2}) \vee x_2 \overline{x_1 x_3} \stackrel{D, t_2, \vee}{\rightarrow}$$

$$\rightarrow x_3 x_1 \vee x_3 \overline{x_2} \vee x_2 \overline{x_1 x_3}$$

$$\mathcal{G} \stackrel{D, t_2, \vee}{\rightarrow} (\overline{x_2} \vee x_1 \overline{x_1} \vee x_1 x_3 \vee \overline{x_3} \overline{x_1} \vee x_3 \overline{x_3} \vee x_1 x_3) \overline{x_1} \overline{x_3} \stackrel{M, t_1, t_2, \vee}{\rightarrow}$$

$$\rightarrow (\overline{x_2} \vee x_1 x_3 \vee \overline{x_1} \overline{x_3}) \vee x_1 x_3 (\overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \stackrel{M, t_1}{\rightarrow} (\overline{x_2} \vee x_1 x_3 \vee$$

$$\vee \overline{x_1} \overline{x_3}) (x_2 \vee x_3) \stackrel{D, t_2, \vee}{\rightarrow} \overline{x_2} x_2 \vee \overline{x_2} x_3 \vee x_1 x_3 x_2 \vee x_1 x_3 \cdot x_3 \vee$$

$$\vee \overline{x_1} \overline{x_3} x_2 \vee x_1 \overline{x_3} x_3 \stackrel{M, t_1, t_2, \vee}{\rightarrow} \overline{x_2} x_3 \vee x_1 x_2 x_3 \vee x_1 x_3 \vee \overline{x_1} \overline{x_3} x_3 \stackrel{M, t_1}{\rightarrow}$$

$$\rightarrow x_1 x_3 \vee \overline{x_2} x_3 \vee \overline{x_1} \overline{x_3} x_3$$

$$\Rightarrow \mathcal{F} \sim \mathcal{G}$$

С помощью расширенной системы основных тождеств  $\tilde{\tau}^{ocn}$  построить ЭП для формул  $\mathcal{F} = (\bar{x}_2 \vee x_1 \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee x_2) \vee x_3(\bar{x}_1 \vee x_2)$  и  $\mathcal{G} = (x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1((x_2 \bar{x}_3) \vee \bar{x}_2)) \vee x_1 x_2$ .

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{F} = (\bar{x}_2 \vee x_1 \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee x_2) \vee x_3(\bar{x}_1 \vee x_2) \\
 & \mathcal{G} = (x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1((x_2 \bar{x}_3) \vee \bar{x}_2)) \vee x_1 x_2 \\
 & \mathcal{F} \xrightarrow[t_{2v}]{t_1^0} (\bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_2 x_2 \vee x_1 \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee x_1 \bar{x}_3 x_2) \vee x_3 \bar{x}_1 \vee x_3 x_2 \xrightarrow[t_{02}, t_2^A]{t_{02}^{nk}} \\
 & \quad \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_3 \vee x_2 x_3 \Leftrightarrow \\
 & \mathcal{G} \xrightarrow[t_2^H, t_1^H]{t_1^0} (x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1(\bar{x}_2 \vee x_3 \vee \bar{x}_2)) \vee x_1 x_2 \xrightarrow[t_{2v}, t_{2v}^D]{t_1^0} x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 x_3 \vee x_1 x_2 \\
 & \quad \xrightarrow[t_1^H]{t_1^0} \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 x_3 \vee x_1 x_2 \cdot \\
 & \quad \xrightarrow[t_{12}^{nk}]{t_1^0} \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_3 \vee x_2 x_3 (x_1 \vee \bar{x}_1) \xrightarrow[t_{2v}]{t_1^0} \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_3 \vee x_2 x_3 x_1 \vee x_2 x_3 \bar{x}_1 \\
 & \quad \xrightarrow[t_1^0]{t_1^0} \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_3 \vee x_2 x_3 x_1 \xrightarrow[t_{2v}]{t_1^0} \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 x_3 \vee x_1 x_2 (x_3 \vee \bar{x}_3) \xrightarrow[t_{12}^{nk}]{t_1^0} \\
 & \quad \xrightarrow[t_{12}^{nk}]{t_1^0} \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 x_3 \vee x_1 x_2 \cdot \quad \Rightarrow \mathcal{F} = \mathcal{G}
 \end{aligned}$$

С помощью расширенной системы основных тождеств  $\tilde{\tau}^{ocn}$  построить ЭП для формул  $\mathcal{F} = ((\bar{x}_1 \vee x_3 \bar{x}_2) \vee x_3) \cdot (x_1 \bar{x}_3 \vee x_2)$  и  $\mathcal{G} = (x_1 \vee (x_3 \bar{x}_2 \vee x_2 \bar{x}_3)) \cdot (\bar{x}_1 \bar{x}_3 (x_1 \vee x_2 \vee x_3) \vee x_2)$ .

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{F} = ((\bar{x}_1 \vee x_3 \bar{x}_2) \vee x_3) \cdot (x_1 \bar{x}_3 \vee x_2) \\
 & \mathcal{G} = (x_1 \vee (x_3 \bar{x}_2 \vee x_2 \bar{x}_3)) \cdot (\bar{x}_1 \bar{x}_3 (x_1 \vee x_2 \vee x_3) \vee x_2) \\
 & \mathcal{F} \xrightarrow{\tau^n} (x_1 (\bar{x}_3 \vee x_2) \vee x_3) (x_1 \bar{x}_3 \vee x_2) \xrightarrow{t_{2v}^p} x_1 \bar{x}_3 x_1 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_3 x_2 \vee x_1 x_2 x_1 \bar{x}_3 \vee \\
 & \vee x_1 x_2 x_2 \vee x_3 x_1 \bar{x}_3 \vee x_3 x_2 \xrightarrow[t_{og}, t_{2v}^{nk}, t_{2v}^{on}]{} x_1 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 \vee x_2 x_3 \xrightarrow{t^0} \\
 & \xrightarrow{t^n} x_1 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 \vee x_2 x_3 \cdot \\
 & \mathcal{G} \xrightarrow{\tau^n} (x_1 \vee (\bar{x}_3 \vee x_2)) (\bar{x}_2 \vee x_3) \cdot (\bar{x}_1 \vee x_3) (x_1 \vee x_2 \vee x_3) \vee x_2 \xrightarrow{t_{2v}^p} \\
 & \xrightarrow[t_{2v}^p, t_{og}^{nk}]{} (x_1 \vee x_2 \bar{x}_3 \vee x_2 x_3) (\bar{x}_1 x_2 \vee \bar{x}_1 x_3 \vee x_1 \bar{x}_3 \vee x_2 x_3 \vee x_2) \xrightarrow{t^n} \\
 & \xrightarrow{t^n} (x_1 \vee x_2 \bar{x}_3 \vee x_2 x_3) (\bar{x}_1 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_3 \vee x_2) \xrightarrow[t_{2v}^p, t_{og}^{nk}, t_{2v}^{on}]{} x_1 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \\
 & \vee x_2 x_3 \bar{x}_1 \vee x_2 x_3 \xrightarrow{t^n} x_1 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 \vee x_2 x_3 \cdot \Rightarrow \mathcal{F} \sim \mathcal{G}
 \end{aligned}$$

С помощью расширенной системы основных тождеств  $\tilde{\tau}^{ocn}$  построить ЭП для формул  
 $\mathcal{F} = (x_3 \vee (x_1 \vee x_2)(\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1)) \cdot (\bar{x}_3 \vee (\bar{x}_1 x_2 \vee x_1 \bar{x}_2))$  и  
 $\mathcal{G} = (x_1 \bar{x}_2 x_3) \cdot (x_3 \vee x_1 \vee x_2) \cdot (\bar{x}_2 \vee (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3) \cdot (x_1 \vee x_3))$ .

(50)

$$\mathcal{F} = (x_3 \vee (x_1 \vee x_2)(\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1)) \cdot (\bar{x}_3 \vee (\bar{x}_1 x_2 \vee x_1 \bar{x}_2))$$

$$\mathcal{G} = (x_1 \bar{x}_2 x_3) \cdot (x_3 \vee x_1 \vee x_2) \cdot (\bar{x}_2 \vee (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3)(x_1 \vee x_3))$$

$$\mathcal{F} \stackrel{\text{т. 1.1}}{\equiv} (x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \vee x_1 \bar{x}_1 \vee x_2 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 x_2) (\bar{x}_3 \vee (x_1 \vee \bar{x}_2)(\bar{x}_1 \vee x_2))$$

$$\stackrel{\text{т. 1.1}}{\equiv} (x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 x_2) (\bar{x}_3 \vee x_1 x_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2) \stackrel{\text{т. 1.1}}{\equiv} (x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 x_2) (\bar{x}_3 \vee x_1 x_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2)$$

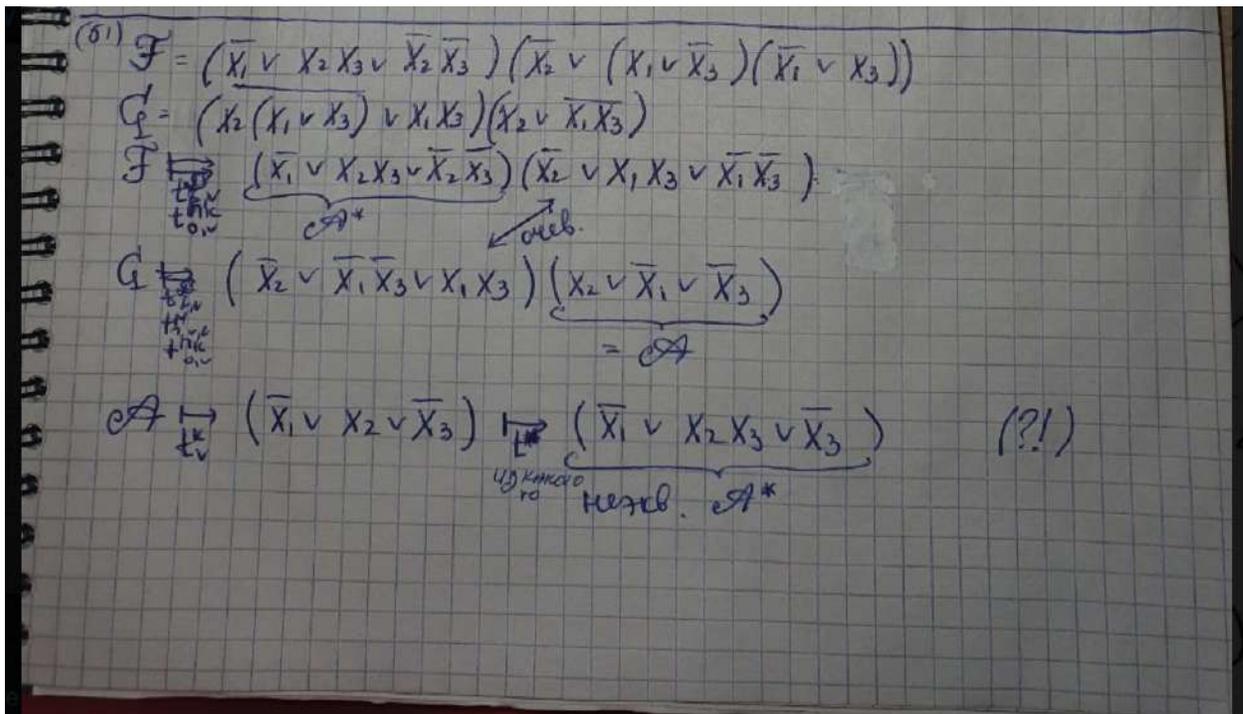
$$\stackrel{\text{т. 1.1}}{\equiv} (x_1 x_2 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3) (\bar{x}_2 \vee x_1 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3) \stackrel{\text{т. 1.1}}{\equiv}$$

$$\stackrel{\text{т. 1.1}}{\equiv} (x_2 \vee (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3)(x_1 \vee x_3)) (\bar{x}_2 \vee x_1 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3) \stackrel{\text{т. 1.1}}{\equiv} (x_2 \vee \bar{x}_1 x_3 \vee x_1 \bar{x}_3) (\bar{x}_2 \vee x_1 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3)$$

$$\stackrel{\text{т. 1.1}}{\equiv} (x_1 x_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3)$$

$\Rightarrow$  экв. показана. (исп.  $\tau^k$ ).

С помощью расширенной системы основных тождеств  $\tilde{\tau}^{ocn}$  построить ЭП для формул  $\mathcal{F} = (\bar{x}_1 \vee x_2 x_3 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_3)(\bar{x}_2 \vee (x_1 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee x_3))$  и  $\mathcal{G} = (x_2(x_1 \vee x_3) \vee x_1 x_3)(x_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3)$ .



**НЕ ЭКВИВАЛЕНТНЫ!** (да, и такое бывает)

или мы неправильно переписали условие :)



С помощью расширенной системы основных тождеств  $\tilde{\tau}^{ocn}$  построить ЭП для формул  $\mathcal{F} = x_1 x_2 \vee (x_2 \vee (x_1 \vee \bar{x}_3)(x_3 \vee \bar{x}_1))$  и  $\mathcal{G} = (\bar{x}_1 \bar{x}_3) \cdot (\bar{x}_3 \vee (x_1 x_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)(x_2 \vee \bar{x}_1))$ .

$$\mathcal{F} = x_1 x_2 \vee (x_2 \vee (x_1 \vee \bar{x}_3)(x_3 \vee \bar{x}_1))$$

$$\mathcal{G} = (\bar{x}_1 \bar{x}_3) \cdot (\bar{x}_3 \vee (x_1 x_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)(x_2 \vee \bar{x}_1))$$

$$\mathcal{F} \xrightarrow{\substack{\tau_1^M \\ \tau_2^D}} x_1 x_2 \vee \bar{x}_2 \cdot \overline{(x_1 \vee \bar{x}_3) \cdot (x_3 \vee \bar{x}_1)} \xrightarrow{\substack{\tau_3^M, \tau_4^D, \tau_5^M}} x_1 x_2 \vee \bar{x}_2 \cdot ((\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_3) \vee (\bar{x}_3 \cdot \bar{x}_1))$$

$$\xrightarrow{\tau_6^D} x_1 x_2 \vee \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 \cdot \bar{x}_1 \xrightarrow{\tau_7^M} \boxed{x_1 x_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3}$$

$$\mathcal{G} \xrightarrow{\substack{\tau_8^M, \tau_9^M, \tau_{10}^D}} (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3) \cdot (\bar{x}_3 \vee (x_1 x_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) \cdot (x_2 \vee (x_1 x_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) \cdot \bar{x}_1))$$

$$\xrightarrow{\tau_{11}^D} (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3) \cdot (\bar{x}_3 \vee x_1 x_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee x_2 \bar{x}_3 \vee$$

$$\vee \bar{x}_1 \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3) \xrightarrow{\substack{\tau_{12}^{on}, \tau_{13}^{nk}}} (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3) (\bar{x}_3 \vee x_1 x_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee$$

$$\vee x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3) \xrightarrow{\substack{\tau_{14}^{nk}, \tau_{15}^D}} (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3) (\bar{x}_3 \vee x_1 x_2 \vee$$

$$\vee x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2) \xrightarrow{\substack{\tau_{16}^D}} (\bar{x}_1 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_2 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee$$

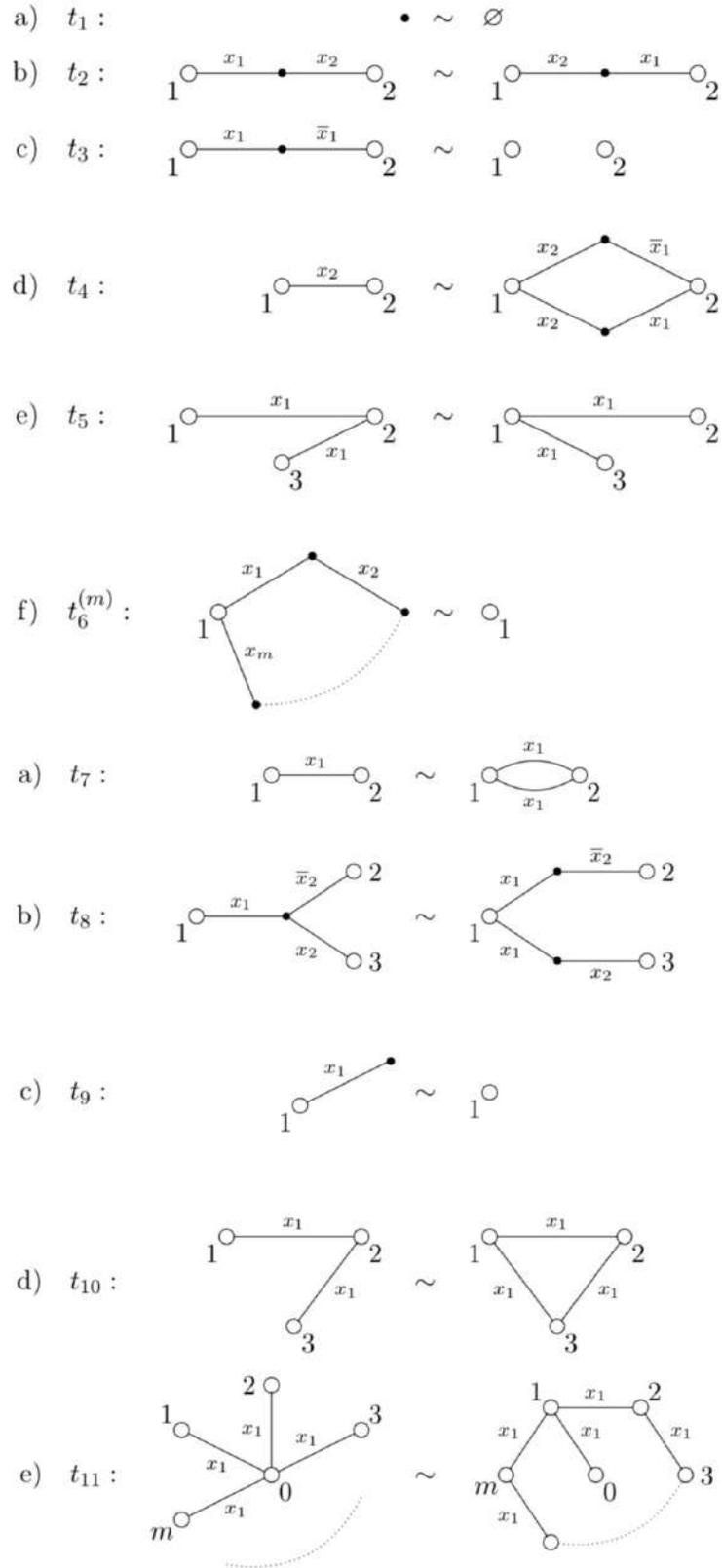
$$\vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_1 \bar{x}_2 \xrightarrow{\substack{\tau_{17}^{on}, \tau_{18}^{nk}}} \bar{x}_1 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_3 \bar{x}_3$$

$$\vee \bar{x}_1 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \xrightarrow{\substack{\tau_{19}^M, \tau_{20}^{nk}}} \boxed{\bar{x}_1 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3}$$

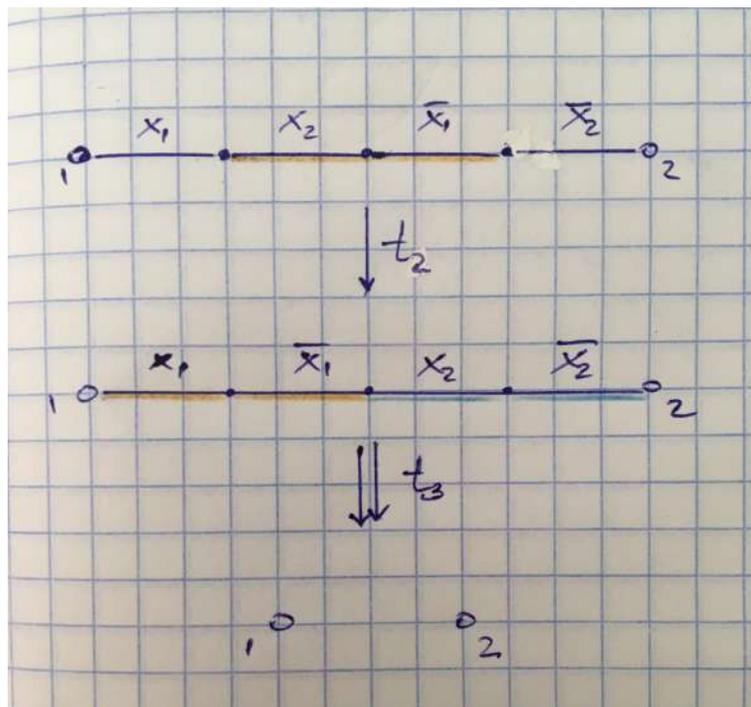
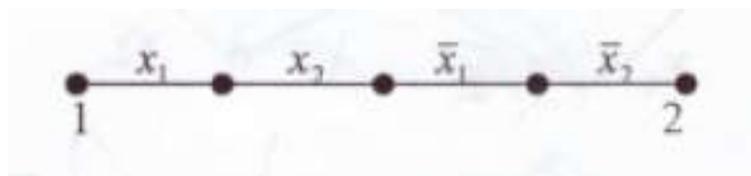
$$\boxed{\mathcal{F}} \xrightarrow{\substack{\tau_{21}^D}} x_1 (x_2 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_3) \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \xrightarrow{\substack{\tau_{22}^D, \tau_{23}^D}} \boxed{x_1 x_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3}$$

Докажем  $\tau^*$ :  $a \vee \bar{a} b = a \vee b$   
 $a \vee b \xrightarrow{\substack{\tau_{24}^{nk}, \tau_{25}^D}} a \vee b (a \vee \bar{a}) \xrightarrow{\tau_{26}^D} a \vee a b \vee \bar{a} b \xrightarrow{\tau_{27}^M} a \vee \bar{a} b$

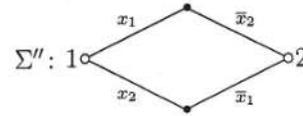
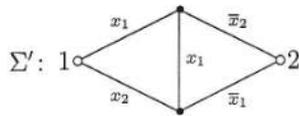
$\Rightarrow \mathcal{F} \sim \mathcal{G}$



С помощью системы основных тождеств привести к каноническому виду КС



С помощью системы основных тождеств  $\tau_{oc}$  построить ЭП для КС  $\Sigma'$  и  $\Sigma''$ , указать (с обоснованием) минимальное  $i$ , при котором данное ЭП возможно с использованием тождеств  $t_1 - t_5, t_6^{(1)}, \dots, t_6^{(i)}$ .

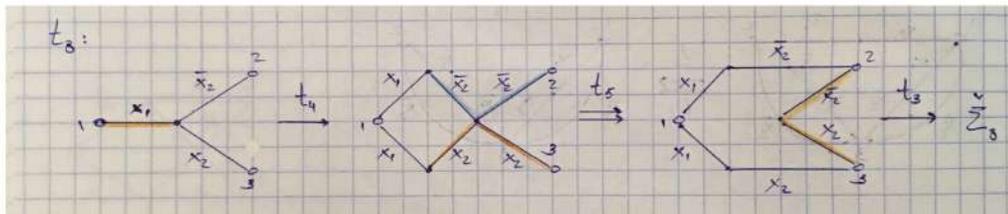
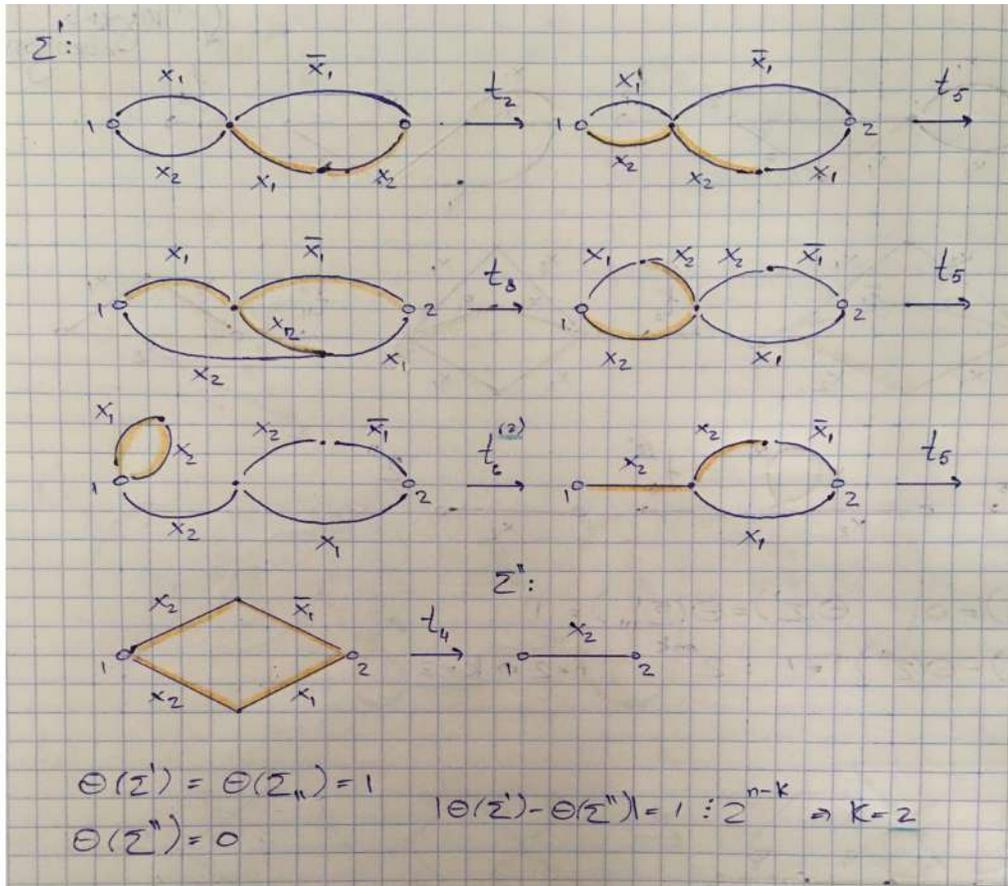
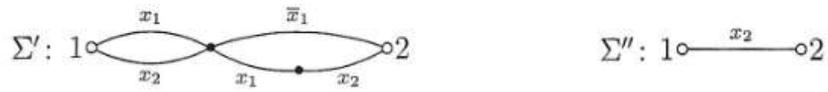


$\Sigma'$ :  $t_4, t_5$   
 $\Sigma''$ :  $t_3$   
 $\Sigma'$ :  $t_5, t_6^{(2)}$   
 $\Sigma''$ :  $t_5, t_6^{(2)}$

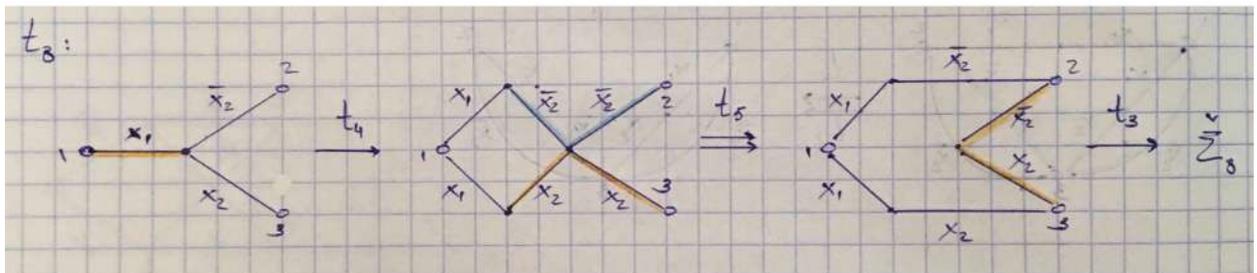
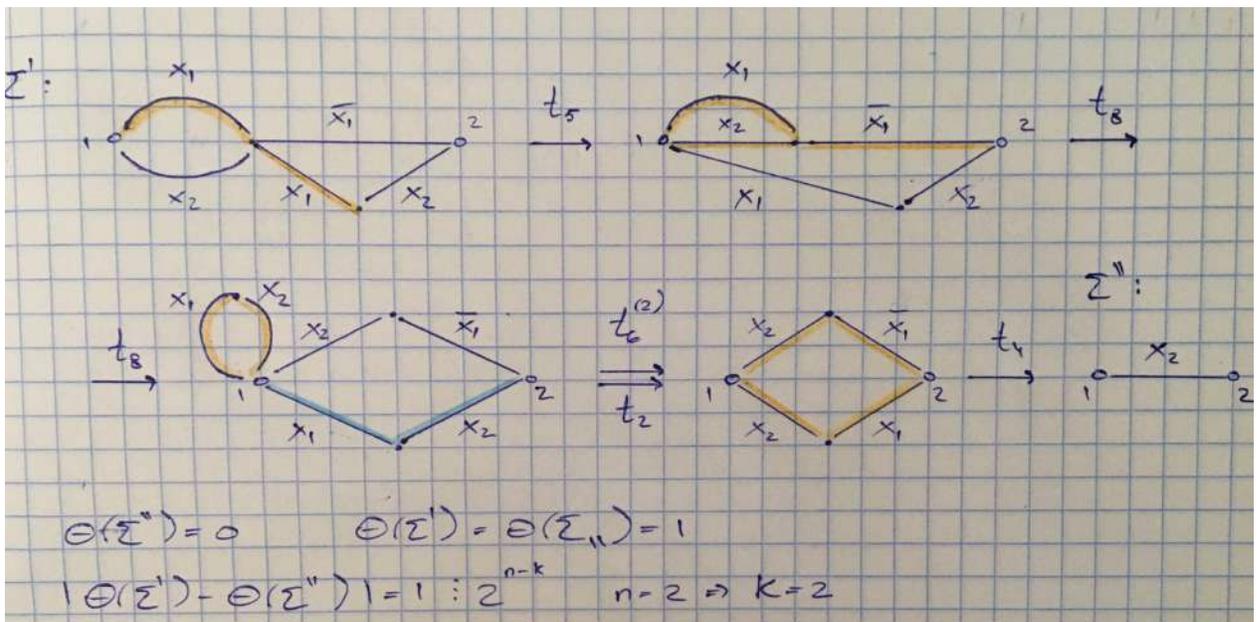
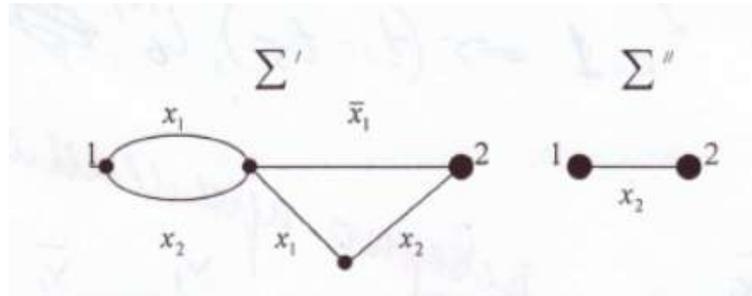
$\Rightarrow \Sigma' \sim \Sigma''$

$\Sigma'$ :  $\exists$  цикл  $(1,1) \Rightarrow \theta(\Sigma') = 1$ .  
 $\Sigma''$ :  $\exists$  цикл  $\Rightarrow \theta(\Sigma'') = 0$   
 $\Rightarrow |\theta(\Sigma') - \theta(\Sigma'')| = 1 \Rightarrow 1: 2^{2-i} \Rightarrow i = 2$   
 $\Rightarrow t_1 - t_5, t_6^{(1)}, t_6^{(2)}$

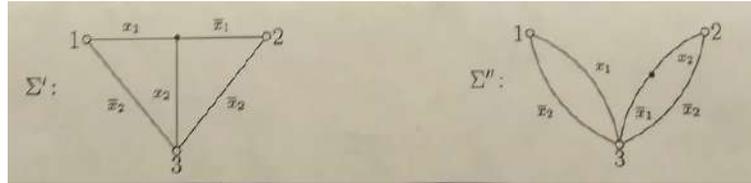
С помощью системы основных тождеств  $\tau_{oc}$  построить ЭП для КС  $\Sigma'$  и  $\Sigma''$ , указать (с обоснованием) минимальное  $i$ , при котором данное ЭП возможно с использованием тождеств  $t_1 - t_5, t_6^{(1)}, \dots, t_6^{(i)}$ .



С помощью системы основных тождеств  $\tau_{oc}$  построить ЭП для КС  $\Sigma'$  и  $\Sigma''$ , указать (с обоснованием) минимальное  $i$ , при котором данное ЭП возможно с использованием тождеств  $t_1 - t_5, t_6^{(1)}, \dots, t_6^{(i)}$ .



С помощью системы основных тождеств  $\tau_{oc}$  построить ЭП для КС  $\Sigma'$  и  $\Sigma''$ , указать (с обоснованием) минимальное  $i$ , при котором данное ЭП возможно с использованием тождеств  $t_1 - t_5, t_6^{(1)}, \dots, t_6^{(i)}$ .



Диаграмм. КС:

указ- мин.  $i$  такое, что ЭП возможно с использованием  $t_1, \dots, t_5, t_6^{(1)}, \dots, t_6^{(i)}$

• Если в пр. две зав. от 2 перемен  $\Rightarrow$  с помощью  $t_1, \dots, t_5, t_6^{(1)}, t_6^{(2)}$  можно преобразовать  $\Rightarrow A$

Схема  $\Sigma'$ :

- 00 - унитарная
- 01 - унитарная
- 10 - унитарная
- 11 - унитарная

Схема  $\Sigma''$ :

- 00 - унитарная
- 01 - унитарная
- 10 - 1 унитарная
- 11 - унитарная

$\Rightarrow \theta(\Sigma'') = 1 \Rightarrow \Delta = |\theta(\Sigma') - \theta(\Sigma'')| = 1$

$\Rightarrow \theta(\Sigma') = 0$

$1: 2^{n-k} = 1: 2^{2-k}$ ,  $k=1 \Rightarrow 1: 2$

$k=2 \Rightarrow 1: 1 \Rightarrow$  Ответ:  $i=k=2$  - мин.  $i$  такое, что с помощью  $t_1, \dots, t_5, t_6^{(1)}, t_6^{(2)}$  можно преобразовать ЭП.

$\Sigma^I$ :

$\sim \Sigma^{II}$ :

**68**:

Barbag 68!

$\xrightarrow{b_4}$

$\xrightarrow{b_5}$

$\Sigma^I \xrightarrow{b_8}$

$\xrightarrow{b_6^{(2)}, b_2}$

$\xrightarrow{b_5}$

$\xrightarrow{b_5}$

$\xrightarrow{b_4}$   $\Sigma^{II}$

4.6. 14.3  $\Rightarrow n=2$   $\Theta(\Sigma^I) = 0$   $\Theta(\Sigma^{II}) = 1$

$\Rightarrow \Theta(\Sigma^{II}) - \Theta(\Sigma^I): 2^2 - i$

$1: 2^2 - i \Rightarrow i \neq 0 \quad i \neq 1$   
 $\Rightarrow i = 2.$

Order 2.

Legend:  
 00 - открыто  
 01 - открыто  
 10 - открыто  
 11 - открыто  
 00 - открыто  
 01 - открыто  
 10 - открыто  
 11 - открыто

С помощью системы основных тождеств  $\tau_{oc}$  построить ЭП для КС  $\Sigma'$  и  $\Sigma''$ , указать (с обоснованием) минимальное  $i$ , при котором данное ЭП возможно с использованием тождеств  $t_1 - t_5, t_6^{(1)}, \dots, t_6^{(i)}$ .



Handwritten diagrams and notes illustrating the construction of an equivalent path (ЭП) for the graphs  $\Sigma'$  and  $\Sigma''$  using topological transformations  $t_1 - t_6$ .

The diagrams show the following transformations:

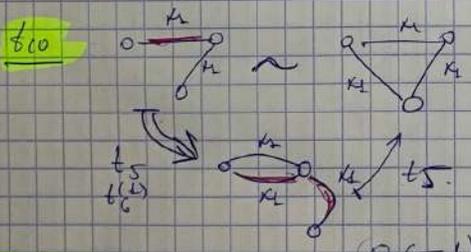
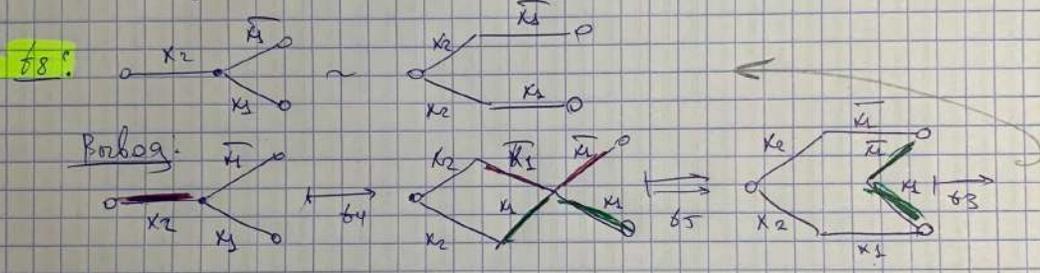
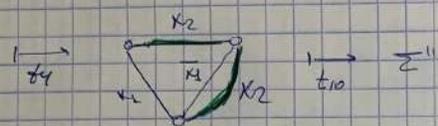
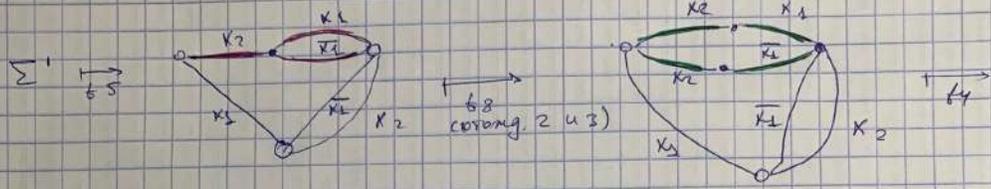
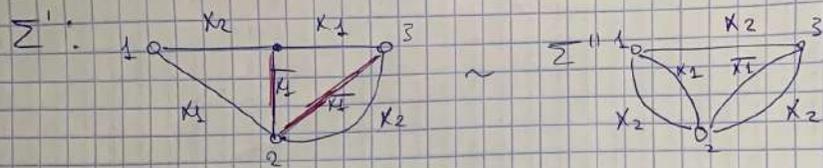
- $\Sigma'' \xrightarrow{t_5} \Sigma'' \xrightarrow{t_6^{(1)}} \Sigma'' \sim \Sigma'$
- $\Sigma' \xrightarrow{t_5} \Sigma' \xrightarrow{t_6^{(1)}} \Sigma' \sim \Sigma''$
- $t_4$  transformations involving vertices 1, 2, and 3.
- $t_6$  transformations involving vertices 1, 2, and 3.

Значения  $\Rightarrow i=2$  по градам

$\Sigma'$ :	$\Sigma''$ :
00 - 0 циклов	00 - 0 циклов
01 - 1 цикл	01 - <del>1 цикл</del> 3 цикла
10 - 0 циклов	10 - 0 циклов
11 - 1 цикл	11 - 3 цикла?

$\Theta(\Sigma') = 2$        $\Theta(\Sigma'') = 4 \Rightarrow |\Theta(\Sigma') - \Theta(\Sigma'')| = 2$

$\mathbb{Q}: 2 \stackrel{w-k}{=} \mathbb{Q}: 2^{2-i}$        $i=1 \Rightarrow \mathbb{Q}: 2 \Rightarrow (i=1)$



Упр 14.3  $n=2$

$\theta(\Sigma') = 2$   
 $\theta(\Sigma'') = 4$

- 00 - 0 верш
- 01 - 1 верш
- 10 - 0 ребр
- 11 - 1 ребр
- 00 - 0 верш
- 01 - 1 верш
- 10 - 0 ребр
- 11 - 1 ребр

$\Rightarrow \theta(\Sigma'') - \theta(\Sigma') = 2$  ;  $2^i \rightarrow i=1$  и  $i=2$ .  
 Ответ: 1

С помощью системы основных тождеств  $\tau_{oc}$  построить ЭП для КС  $\Sigma'$  и  $\Sigma''$ , указать (с обоснованием) минимальное  $i$ , при котором данное ЭП возможно с использованием тождеств  $t_1 - t_5, t_6^{(1)}, \dots, t_6^{(i)}$ .



$\Sigma_1'$ : 
 $\Sigma_1''$ :

$\downarrow t_8$

$\Sigma_2'$ : 
 $\xrightarrow{t_8^*}$ 
 $\Sigma_2''$ :

$t_6^{(1)}$ : 
 $\xrightarrow{t_6^{(2)}}$ 
 $\xrightarrow{t_5}$ 
 $\xrightarrow{t_4}$

$t_8$ : 
 $\xrightarrow{t_4}$ 
 $\xrightarrow{t_5}$ 
 $\xrightarrow{t_3}$ 
 $\Sigma_3'$

$\Theta(G) = |E(G)| - |V(G)| + |C(G)|$  — цикломатическое число  
 число ребер    число вершин    число компонент связности

$\Theta(\Sigma) = \sum_{\Sigma \in \mathcal{B}^n} \Theta(\Sigma_k)$

$\Sigma_{00}'$ : 
 $\Theta(\Sigma_{00}') = 1 - 4 + 3 = 0$

$\Sigma_{01}'$ : 
 $\Theta(\Sigma_{01}') = 2 - 4 + 2 = 0$

$\Sigma_{10}'$ : 
 $\Theta(\Sigma_{10}') = 2 - 4 + 2 = 0$

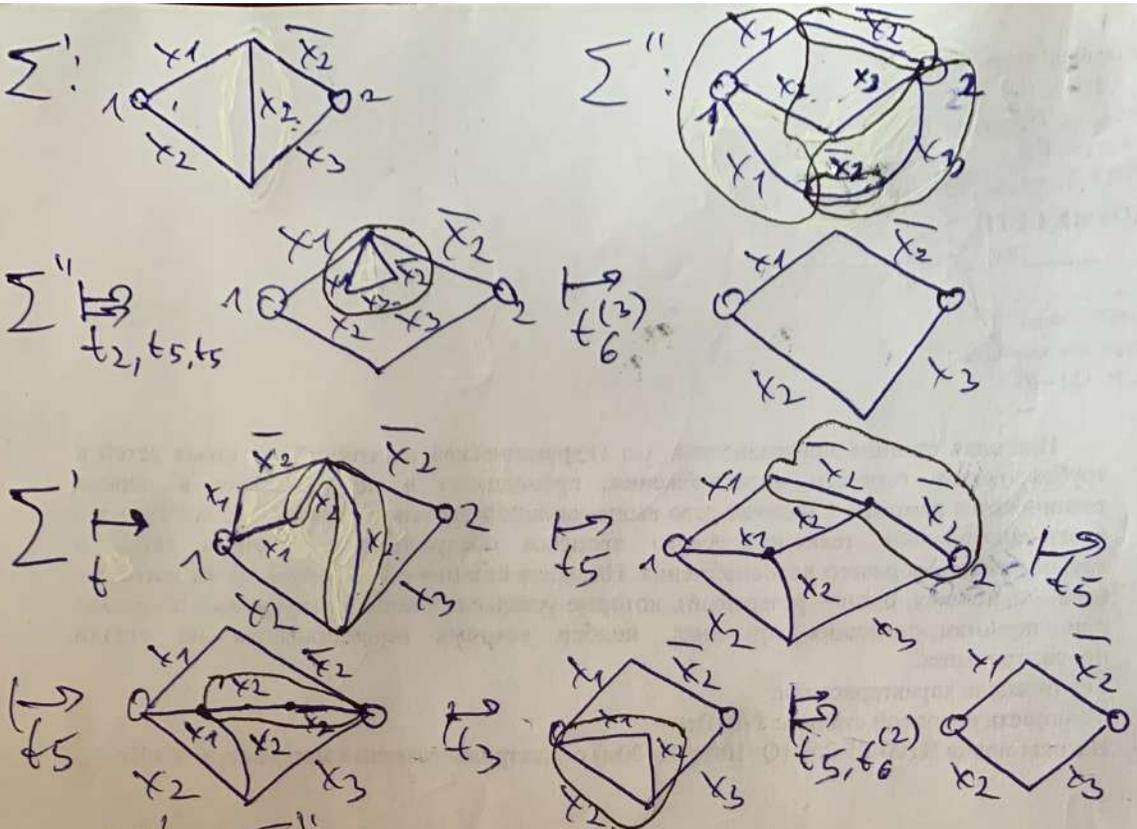
$\Sigma_{11}'$ : 
 $\Theta(\Sigma_{11}') = 3 - 4 + 1 = 0$

$\Rightarrow \Theta(\Sigma') = 0$

аналогично получаем  
 $\Theta(\Sigma'') = \Theta(\Sigma_{00}'') + \Theta(\Sigma_{01}'') + \Theta(\Sigma_{10}'') + \Theta(\Sigma_{11}'') = 1$

$|\Theta(\Sigma') - \Theta(\Sigma'')| = 1 \neq 2^{n-k}$   
 $t_6^{(1)}, \dots, t_6^{(k)}$   
 $n = 2 (x_1, x_2)$   
 $\Rightarrow k = \textcircled{2}$





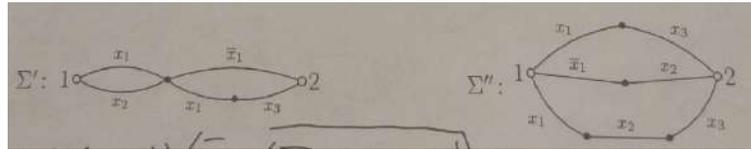
$\Rightarrow \Sigma' \sim \Sigma''$

$\Sigma'$ :	$\Sigma''$ :
000	000
001	001
010	010
011	011
100	100
101	101 - 1 yuzuk
110 - 1 yuzuk	110
111 - 1 yuzuk	111

$\Rightarrow \theta(\Sigma') = 2$   
 $\theta(\Sigma'') = 1$   
 $\Rightarrow |\theta(\Sigma') - \theta(\Sigma'')| = 1$   
 $1 \cdot 2^{n-k} = 1 \cdot 2^{3-k} \Rightarrow k=3$

$\Rightarrow$  Ambien:  $t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6^{(1)}, t_6^{(2)}, t_6^{(3)}$

С помощью системы основных тождеств  $\tau_{oc}$  построить ЭП для КС  $\Sigma'$  и  $\Sigma''$ , указать (с обоснованием) минимальное  $i$ , при котором данное ЭП возможно с использованием тождеств  $t_1 - t_5, t_6^{(1)}, \dots, t_6^{(i)}$ .



$\Sigma'$ : 
 $\Sigma''$ :

$\Sigma'' \xrightarrow{t_5} \Sigma'$

$\Sigma' \xrightarrow{t_5} \Sigma''$

$\Sigma' \xrightarrow{t_5, t_3} \Sigma''$

$\Sigma'' \xrightarrow{t_5, t_3} \Sigma'$

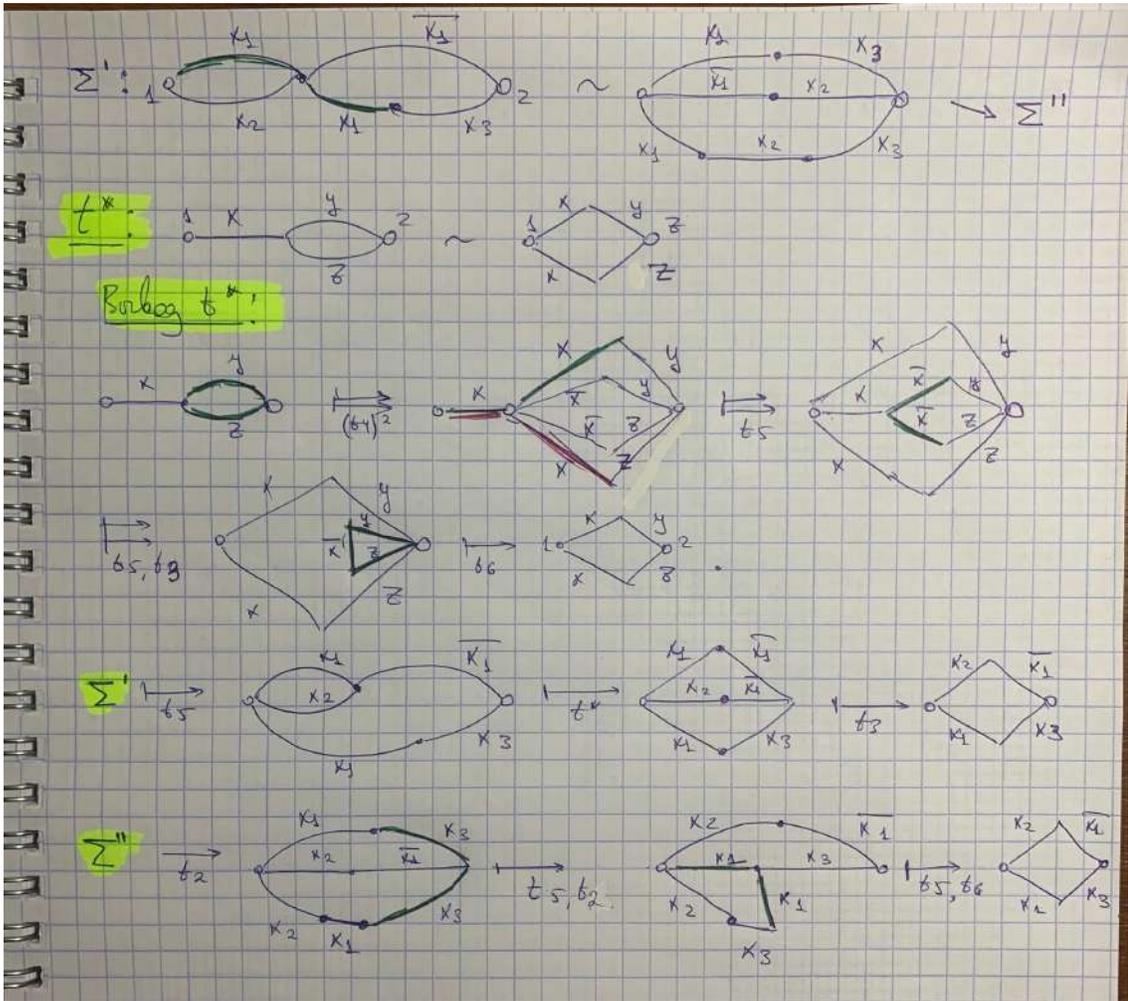
$\Sigma' \xrightarrow{t_5, t_3} \Sigma'' \xrightarrow{t_5, t_3} \Sigma' \Rightarrow \Sigma' \sim \Sigma''$

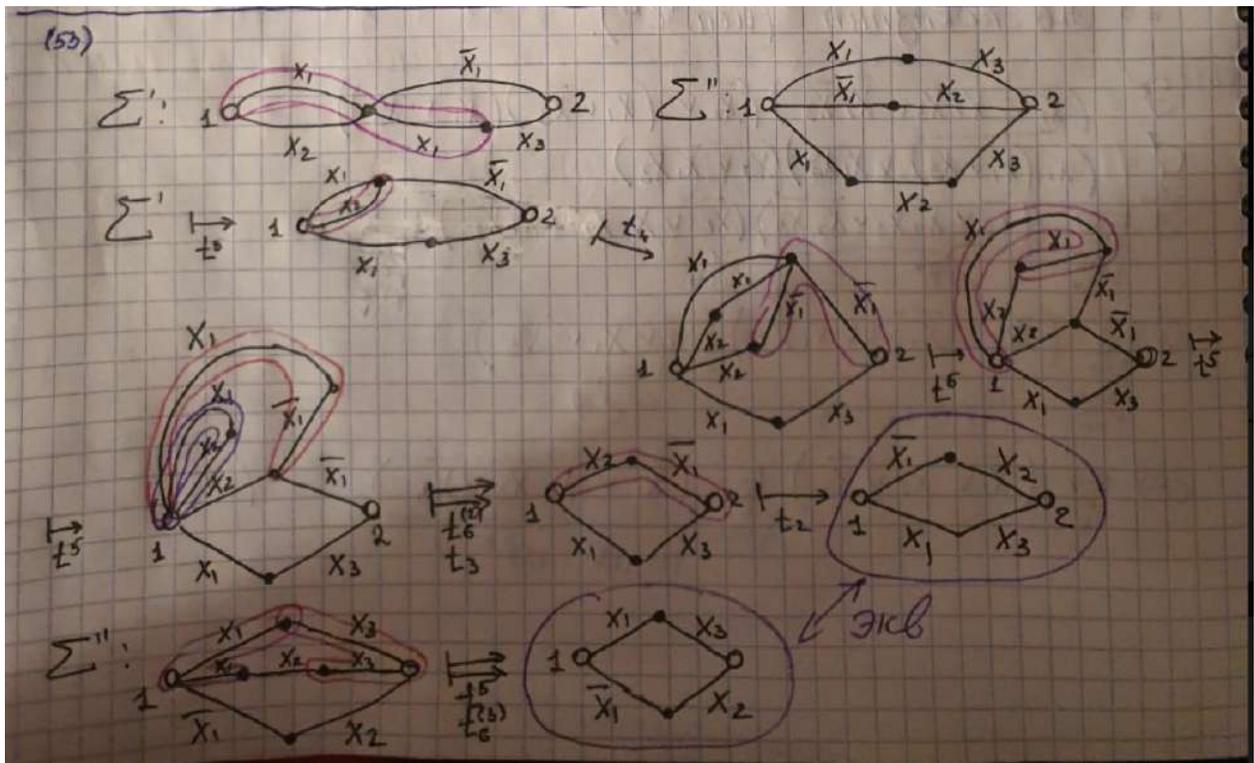
$\Sigma'$ :  $(110) - 1$  узел.  
 $(111) - 1$  узел.  $\Rightarrow \theta(\Sigma') = 2$

$\Sigma''$ :  $(111) - 1$  узел.  $\Rightarrow \theta(\Sigma'') = 1$

$\Rightarrow |\theta(\Sigma') - \theta(\Sigma'')| = 1 \Rightarrow 1: 2^{3-1} \Rightarrow i = 3$

$\Rightarrow t_1 - t_5, t_6^{(1)}, t_6^{(2)}, t_6^{(3)}$





Получили мин.  $i$ :

$\Sigma'$ : (110) - 1 уискл  $\Rightarrow \Theta(\Sigma') = 2$   
 (111) - 1 уискл

$\Sigma''$ : (111) - 1 уискл  $\Rightarrow \Theta(\Sigma'') = 1$

$\Rightarrow |\Theta(\Sigma') - \Theta(\Sigma'')| = 1 : 2^{3-i} \Rightarrow i = 3$

$\Rightarrow t_1, \dots, t_5; t_6^{(1)}, \dots, t_6^{(3)}$

С помощью системы основных тождеств  $\tau_{oc}$  построить ЭП для КС  $\Sigma'$  и  $\Sigma''$ , указать (с обоснованием) минимальное  $i$ , при котором данное ЭП возможно с использованием тождеств  $t_1 - t_5, t_6^{(1)}, \dots, t_6^{(i)}$ .



(69)

$t_6^{(1)}: 1 \xrightarrow{x} 2 \xrightarrow{y} 1 \xrightarrow{x} 2 \xrightarrow{y} 1 \xrightarrow{x} 2 \xrightarrow{y} 1$

$t_4: 1 \xrightarrow{x} 2 \xrightarrow{y} 1 \xrightarrow{x} 2 \xrightarrow{y} 1$

$t_5: 1 \xrightarrow{x} 2 \xrightarrow{y} 1 \xrightarrow{x} 2 \xrightarrow{y} 1$

$t_3, t_2, t_1$

$\Sigma' \xrightarrow{t_8} \Sigma'' \xrightarrow{t_4} \Sigma''' \xrightarrow{t_5} \Sigma'''' \sim \Sigma''$

На всякий:  $\Sigma': 1 \xrightarrow{x_1} 2 \xrightarrow{x_2} 1 \xrightarrow{x_3} 2 \xrightarrow{x_4} 1$

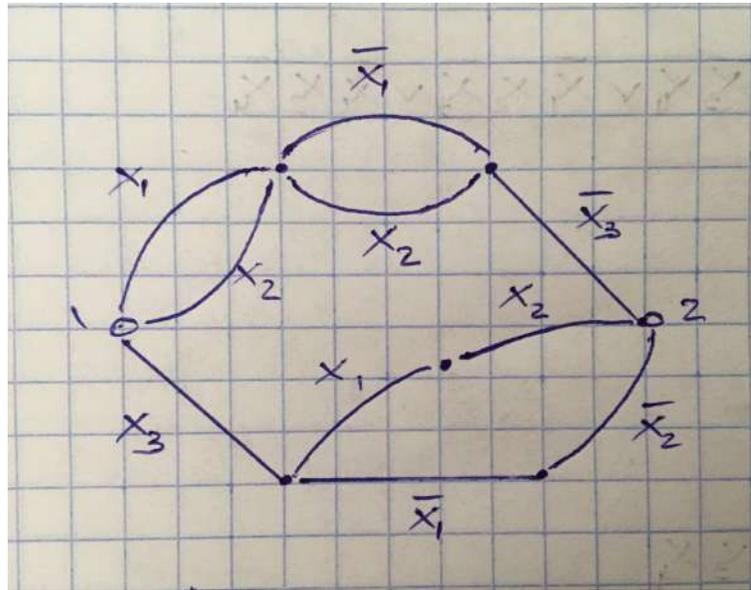
$\Sigma'': 1 \xrightarrow{x_1} 2 \xrightarrow{x_2} 1 \xrightarrow{x_3} 2 \xrightarrow{x_4} 1$

$\theta(\Sigma') = 0$  (нет циклов)

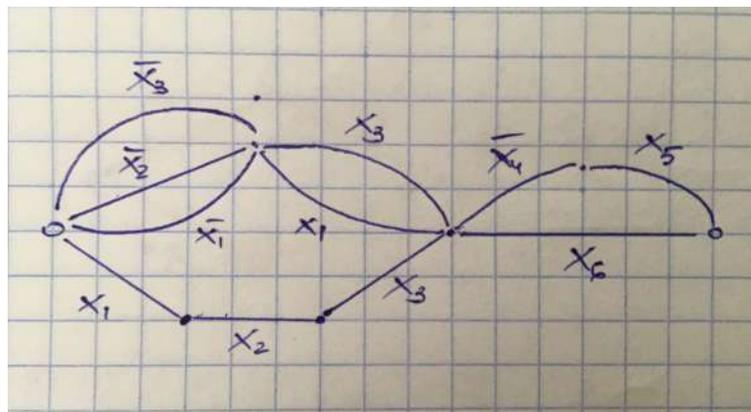
$\theta(\Sigma'') = 1 \Rightarrow |\theta| = 1: 2 \Rightarrow \text{суб., что } i < 3 \text{ не } \exists \Rightarrow$

$i=3: t_1, \dots, t_5, t_6^{(1)}, \dots, t_6^{(i)}$

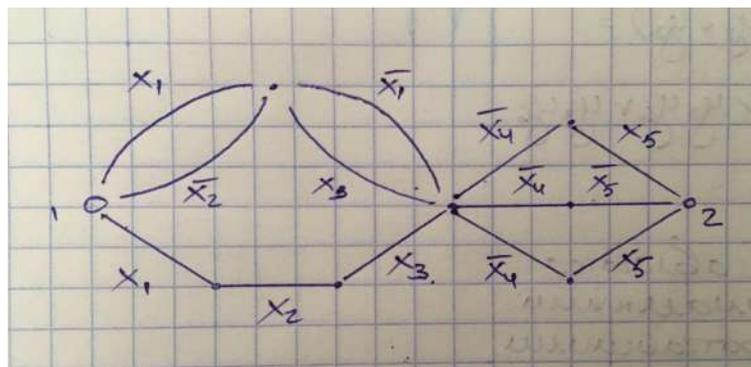
Промоделировать  $\pi$ -схемой формулу  $(x_1 \vee x_2)(\bar{x}_1 \vee x_2)\bar{x}_3 \vee x_3(x_1x_2 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2)$ .



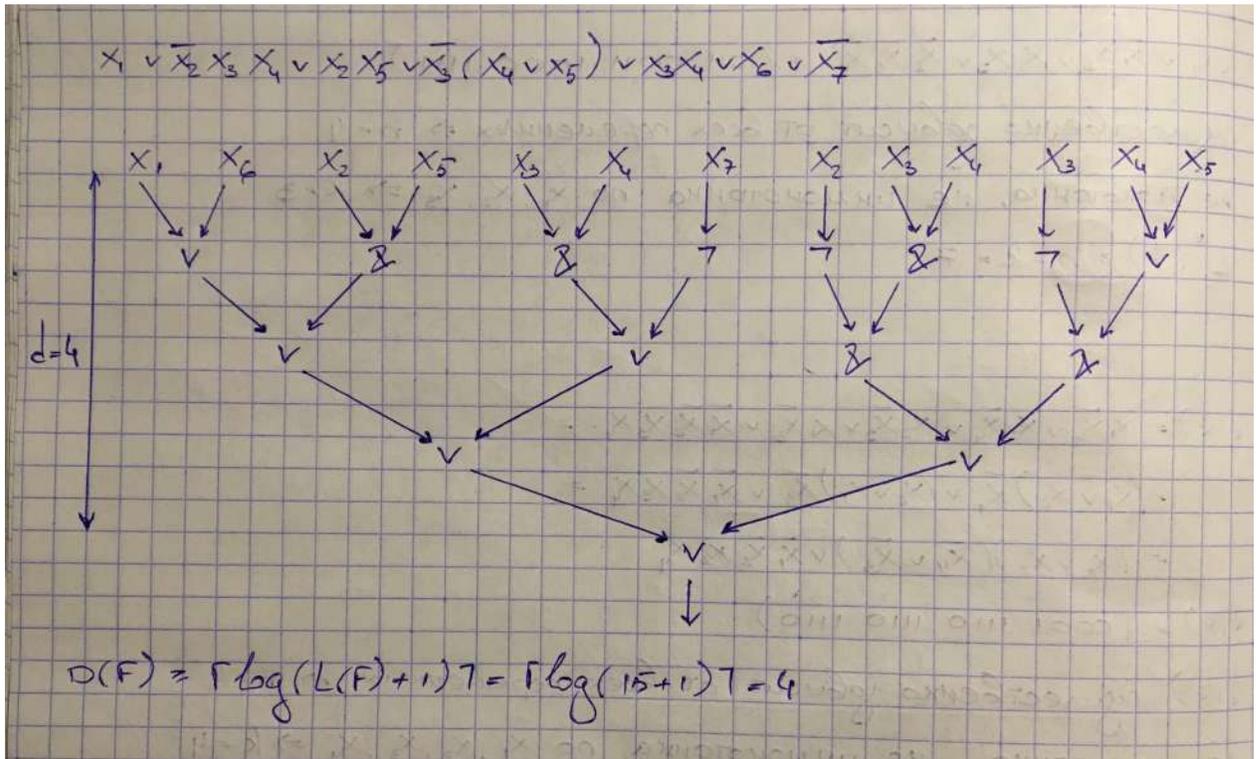
Промоделировать  $\pi$ -схемой формулу  $((\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)(x_1 \vee x_3) \vee x_1x_2x_3)(\bar{x}_4x_5 \vee x_6)$ .



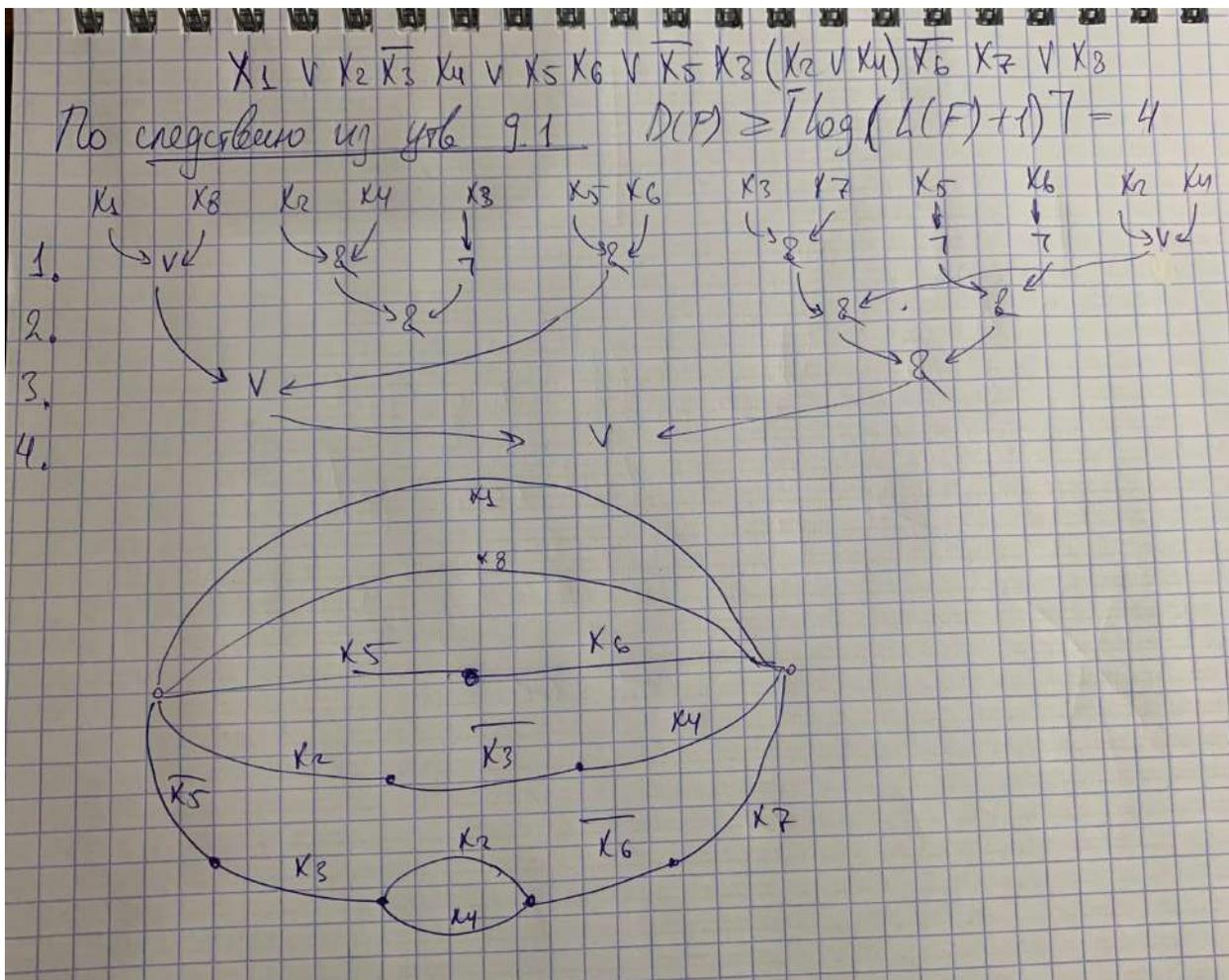
Промоделировать  $\pi$ -схемой формулу  $((x_1 \vee \bar{x}_2)(\bar{x}_1 \vee x_3) \vee x_1x_2x_3)(\bar{x}_4x_5 \vee \bar{x}_4x_5 \vee \bar{x}_4\bar{x}_5)$ .  
 (В последнем множителе два одинаковых слагаемых. Да, так было в оригинале)



Построить минимальную по глубине формулу подобную формуле  
 $x_1 \vee \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_2 x_5 \vee \bar{x}_3 (x_4 \vee x_5) \vee x_3 x_4 \vee x_6 \vee \bar{x}_7$



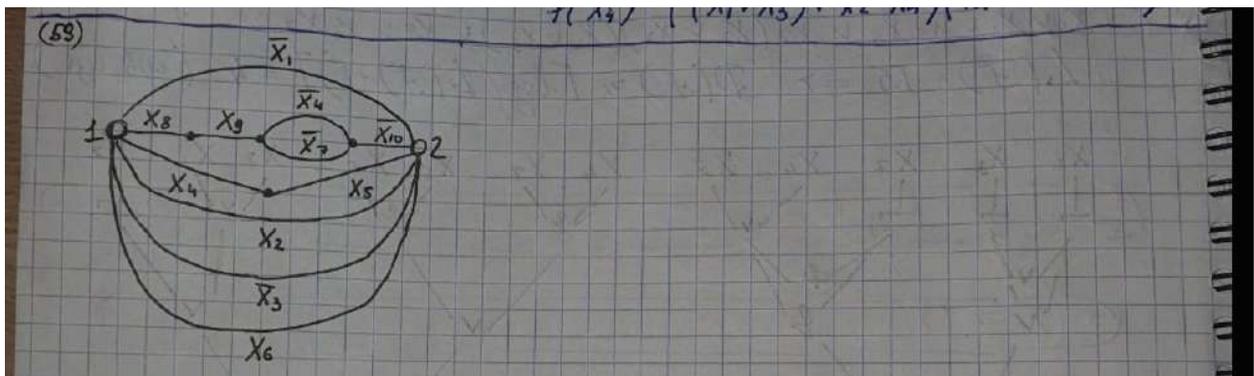
Промоделировать  $\pi$ -схемой формулу  $x_1 \vee x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_5 x_6 \vee \bar{x}_5 x_3 (x_2 \vee x_4) \bar{x}_6 x_7 \vee x_8$  и выписать с расстановкой всех скобок или задать деревом подобную ей формулу минимальной глубины (минимальность обосновать).



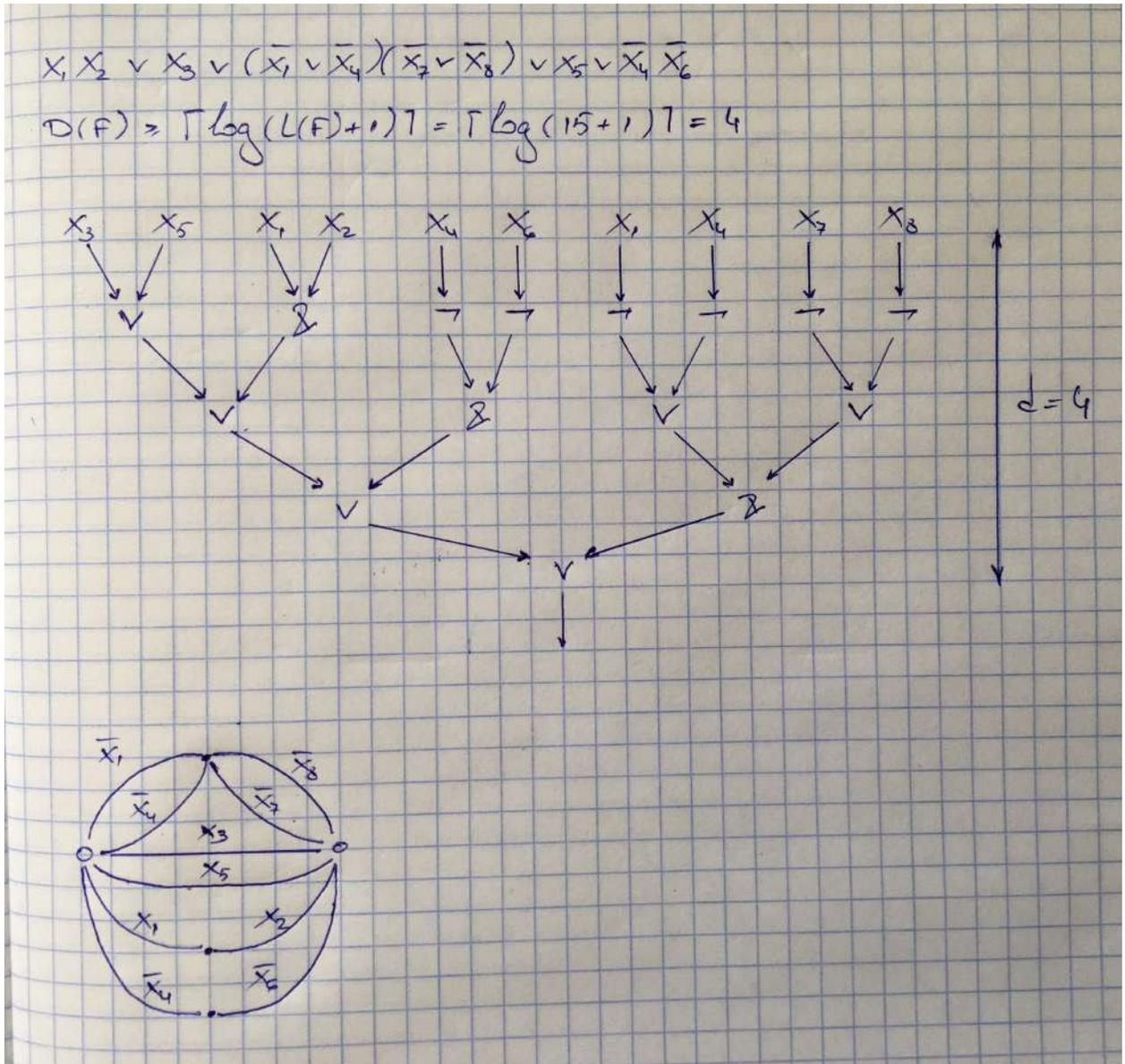
Промоделировать  $\pi$ -схемой формулу  $\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_8 (\bar{x}_4 \vee \bar{x}_7) x_9 \bar{x}_{10} \vee x_4 x_5 \vee x_6 \vee \bar{x}_3$  и выписать с расстановкой всех скобок или задать деревом подобную ей формулу минимальной глубины (минимальность обосновать).

(57)  $\mathcal{F} = \bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_8 (\bar{x}_4 \vee \bar{x}_7) x_9 \bar{x}_{10} \vee x_4 x_5 \vee x_6 \vee \bar{x}_3$ ;  $L(\mathcal{F}) = 15$ ;  
 $D(\mathcal{F}) = \lceil \log(L(\mathcal{F}) + 1) \rceil = 4$  (глуб. изб.)

Глубина 4!  
(показ.  $D(\mathcal{F}) \leq 4$ )

$$\mathcal{F}' = ((\bar{x}_1 \vee \bar{x}_3) \vee (x_4 x_5 \vee (x_2 \vee x_6))) \vee ((\bar{x}_4 \vee \bar{x}_7) (\bar{x}_{10} (x_8 x_9)))$$


Промоделировать  $\pi$ -схемой формулу  $x_1x_2 \vee x_3 \vee (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_4)(\bar{x}_7 \vee \bar{x}_8) \vee x_5 \vee \bar{x}_4\bar{x}_6$  и выписать с расстановкой всех скобок или задать деревом подобную ей формулу минимальной глубины (минимальность обосновать).

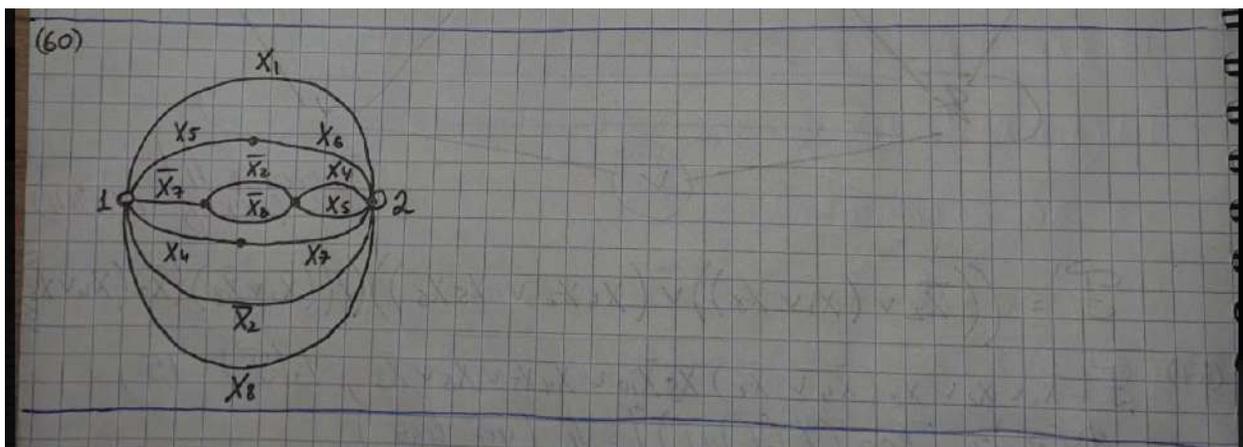


Промоделировать  $\pi$ -схемой формулу  $x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_5 x_6 \vee \bar{x}_7 (\bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) (x_4 \vee x_5) \vee x_8 \vee x_4 x_7$  и выписать с расстановкой всех скобок или задать деревом подобную ей формулу минимальной глубины (минимальность обосновать).

(56)  $x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_5 x_6 \vee \bar{x}_7 (\bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) (x_4 \vee x_5) \vee x_8 \vee x_4 x_7 = \mathcal{F}$   
 $L(\mathcal{F}) = 15 \Rightarrow D(\mathcal{F}) = \lceil \log(L(\mathcal{F}) + 1) \rceil = 4$  (уб. изл.)

Глубина 4!  
(показ.  $D(\mathcal{F})=4$ )

$\mathcal{F}' = ((\bar{x}_2 \vee (x_1 \vee x_8)) \vee (x_4 x_7 \vee x_5 x_6)) \vee ((\bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) (\bar{x}_7 (x_4 \vee x_5)))$



Промоделировать  $\pi$ -схемой формулу  $x_3x_4 \vee x_1 \vee (x_4 \vee x_5 \vee \bar{x}_6)(\bar{x}_3 \vee \bar{x}_4) \vee \bar{x}_2 \vee x_7 \vee x_5x_6$  и выписать с расстановкой всех скобок или задать деревом подобную ей формулу минимальной глубины (минимальность обосновать).

$x_3x_4 \vee x_1 \vee (x_4 \vee x_5 \vee \bar{x}_6)(\bar{x}_3 \vee \bar{x}_4) \vee \bar{x}_2 \vee x_7 \vee x_5x_6$

По следствию из утв 9.1  $D(F) \geq \lceil \log(L(F)+1) \rceil$   
 $\rightarrow D(F) \geq \lceil \log(15+1) \rceil = 4.$

+

Построить минимальную (1, 1)-КС для ФАЛ  $f$ , заданной равенством  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 x_3) \sim (x_2 \vee x_4)$ .

$f(x) = (x_1 x_3) \sim (x_2 \vee x_4) = (1010 \ 0000 \ 1001 \ 0011)$   
 $n = 4$   $f(x)$  существенно зависит от всех переменных  
 по  $x_1$  - не монотонна, не иммонотонна  
 по  $x_2$  - не монотонна, не иммонотонна  
 по  $x_3$  - —"—  
 по  $x_4$  - —"— }  $\Rightarrow K = 4$   
 $\Rightarrow L^k(f) \geq n + k = 8$

$f(x) = x_1 x_3 (x_2 \vee x_4) \vee (\overline{x_1 x_3}) (\overline{x_2 \vee x_4}) =$   
 $= x_1 x_3 (x_2 \vee x_4) \vee (\overline{x_1 \vee \overline{x_3}}) (\overline{x_2} \overline{x_4})$

+

(58)  $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (x_1 x_3) \sim (x_2 \vee x_4)$ ;  $\overline{21} = (1010 \ 0000 \ 1001 \ 0011)$   
 Ничего не оценила:  $L^k(f) \approx 4 + 4 = 8$  (по уб. 16.1)  
 $1010 \ 0000 \ 1001 \ 0011$  - не монот. не иммонот. по  $x_4$   
 - не монот. не иммонот. по  $x_3$   
 - не монот. не иммонот. по  $x_2$   
 - не монот. не иммонот. по  $x_1$

(59)  $f(x) = ((\overline{x_1} \vee \overline{x_3}) \vee x_2 \vee x_4) (x_1 x_3 \vee \overline{x_2} \overline{x_4})$

Построить минимальную (1, 1)-КС для ФАЛ  $f$ , заданной равенством  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \vee x_2) \oplus x_3 x_4$ .

+

$\Delta(\bar{x}) = (x_1 \vee x_2) \oplus x_3 x_4 = (0001 \ 1110 \ 1110 \ 1110)$   
 $\Delta(\bar{x})$  существенно зависит от всех переменных  $\rightarrow n=4$   
 по  $x_1, x_2, x_3, x_4$  - не монотонна, не иммонотонна  $\rightarrow k=4$   
 $\Rightarrow L^*(f) \geq n+k=8$  ← оценка снизу  
 $\Delta(\bar{x}) = (x_1 \vee x_2)(\overline{x_3 x_4}) \vee (x_1 \vee x_2)(x_3 x_4) =$   
 $= (x_1 \vee x_2)(\overline{x_3} \vee \overline{x_4}) \vee x_1 x_2 x_3 x_4$

$\Sigma$ :  $L(\Sigma) = 8 \Rightarrow \Sigma - \text{min КС}$

Построить мин КС (1,1) для ФАЛ  $f$ , заданной:  
 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \vee x_2) \oplus x_3 x_4$

~~$f = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee (x_1 \vee x_2)(\overline{x_3} \vee \overline{x_4}) = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_3} \vee x_1 \overline{x_4} \vee x_2 \overline{x_3} \vee x_2 \overline{x_4}$~~ , иоп. утв. 16.1  
 $\Rightarrow$  монотонна по  $x_4$  (так как встроит без  $0$  в  $B_2$ )

Или способ из рисунка (с учетом строки вектор)  
 $f( \underbrace{0001}_{\text{нравится}} \ \underbrace{1110}_{\text{нравит}} \ \underbrace{1110}_{\text{нравит}} \ \underbrace{1110}_{\text{нравит}} )$  по  $x_3$   
 по  $x_2$  - ни мон, ни иммон.  
 по  $x_1$  - ни мон, ни иммон.  
 по  $x_4$  - ни мон, ни иммон.

$\Rightarrow L^*(f) \geq 4+4=8$   
 $\Rightarrow$  строим КС рента это и покажем верх. оценку.

$\Rightarrow L^*(f) \leq 8$   
 $\Rightarrow$  минимальная схема

$A \oplus B = A\overline{B} \vee \overline{A}B = (\overline{A} \vee \overline{B})(A \vee B)$   
 $f = (\overline{x_1} \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4})(x_1 \vee x_2 \vee x_3 x_4)$

Построить минимальную (1, 1)-КС для ФАЛ  $f$ , заданной равенством  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4$ .

Построить минимальную (1, 1)-КС для

$$f = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4$$

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$f$
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

$f(0,0,0,0) = 1 \Rightarrow x_1$ -сущ.  
 $f(1,0,0,0) = 0$   
 $f(0,0,0,0) = 1 \Rightarrow x_2$ -сущ.  
 $f(0,1,0,0) = 0$   
 $f(0,0,0,0) = 1 \Rightarrow x_3$ -сущ.  
 $f(0,0,1,0) = 0$   
 $f(0,0,0,0) = 1 \Rightarrow x_4$ -сущ.  
 $f(0,0,0,1) = 0$   
 $f$ -не монотон.  
 $f(0,0,0,0) = 1 \Rightarrow$  не монотон. по  $x_1$ .  
 $f(1,0,0,0) = 0$   
 $f(0,1,1,1) = 0 \Rightarrow$  не монотон. по  $x_1$ .  
 $f(1,1,1,1) = 1$

$f(0,0,0,0) = 1 \Rightarrow$  не монотон. по  $x_4$   
 $f(0,0,0,1) = 0$   
 $f(1,1,1,0) = 0 \Rightarrow$  не монотон. по  $x_4$   
 $f(1,1,1,1) = 1$   
 $f(0,0,0,0) = 1 \Rightarrow$  не монотон. по  $x_2$   
 $f(0,1,0,0) = 0$   
 $f(1,0,1,0) = 0 \Rightarrow$  не монотон. по  $x_2$ .  
 $f(1,1,1,1) = 1$

$f(0,0,0,0) = 1 \Rightarrow$   
 $f(0,0,1,0) = 0 \Rightarrow$  не монотон. по  $x_3$   
 $f(1,1,0,1) = 0 \Rightarrow$   
 $f(1,1,1,1) = 1 \Rightarrow$  не монотон. по  $x_3$

$\Rightarrow$  по гув. в.1 (см. слк.)  $\Rightarrow L^k(f) \geq 4+4=8$   
 $\Rightarrow$  сложность 8.

Построить минимальную (1, 1)-КС для ФАЛ  $f$ , заданной равенством  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4$ .

$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4$

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$f$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

$\Rightarrow$  существенная по всем переменным  
 не мон. и не ант. по  $x_1$   
 • // • // • // по  $x_2$   
 — // — // по  $x_3$   
 — // — // по  $x_4$

$\Rightarrow$  г.к.  $n = 4$   $k = 4$   
 то  $l^k (\Sigma f) \geq 4 + 4 = 8$ .

$f = x_1 \bar{x}_2 (x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 x_4) \vee \bar{x}_1 x_2 (x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 x_4) =$   
 $= (x_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 x_2) (x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 x_4)$

$\Rightarrow$

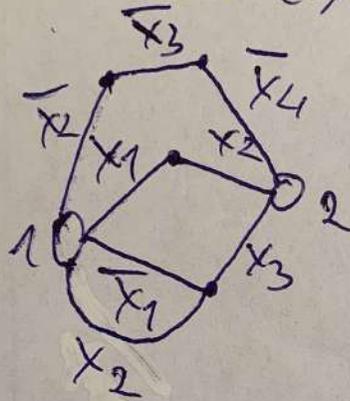
$\Sigma f$ :

Построить минимальную (1, 1)-КС для ФАЛ  $f$ , заданной равенством  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1x_2 \vee \bar{x}_1x_3 \vee x_2x_3 \vee \bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4$ .

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

$\Rightarrow f$  функ. зав. от  $x_1, x_2, x_3, x_4$   
и не монотон, и не  
симметрич по  $x_1, x_2, x_3, x_4$ .

$$\Rightarrow L^k(f) \geq 4+4=8$$



+

Построить минимальную (1, 1)-КС для ФАЛ  $f$ , заданной равенством  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1\bar{x}_4 \vee x_2\bar{x}_4 \vee x_2\bar{x}_3 \vee x_1\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3x_4$ .

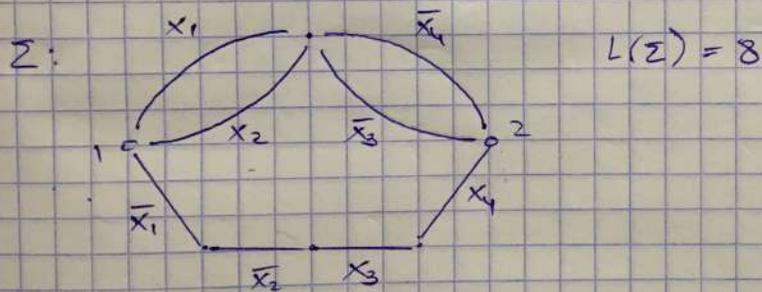
$$\begin{aligned} f(\bar{x}) &= x_1\bar{x}_4 \vee x_2\bar{x}_4 \vee x_2\bar{x}_3 \vee x_1\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3x_4 = \\ &= (x_1 \vee x_2)\bar{x}_4 \vee (x_2 \vee x_1)\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3x_4 = \\ &= (x_1 \vee x_2)(\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3) \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3x_4 \end{aligned}$$

$$f(\bar{x}) = (0001 \ 1110 \ 1110 \ 1110)$$

$f(\bar{x})$  существенно зависит от всех переменных  $\Rightarrow n=4$

не монотонна, не антимонотонна по  $x_1, x_2, x_3, x_4 \Rightarrow k=4$

$$L^k(f) \geq n+k = 4+4 = 8 \quad - \text{нижняя оценка}$$



Построить минимальную (1, 1)-КС для ФАЛ  $f$ , заданной равенством  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \oplus x_2)x_3\bar{x}_4 \vee x_1x_2 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2$ .

$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \oplus x_2)x_3\bar{x}_4 \vee x_1x_2 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2$

$\Rightarrow f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ :

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$f$
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

$\Rightarrow f$  не монот. и не инмон по  $x_1$   
 - - - - - по  $x_2$   
 - монотонна по  $x_3$   
 инмонотонна по  $x_4$ .

$\Rightarrow L^*(\Sigma_f) \geq n + k = 4 + 2 = 6$

$f = x_3x_4 \vee \bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_1x_2$  (методом)

$\Rightarrow \Sigma_f$

С помощью метода Шеннона, разлагая ФАЛ  $f(x_1, x_2, x_3)$ , где  $\tilde{\alpha}_f = (1000\ 1110)$ , по БП  $x_1, x_2$ , построить реализующую ее (1, 1)-КС, а затем получить из этой ККС инверсную схему.

С помощью метода Шеннона постро. (1,1)-КС для  $f(x_1, x_2, x_3)$ , где  $\tilde{\alpha}_f = (1000\ 1110)$ , и пом. инверсную схему.

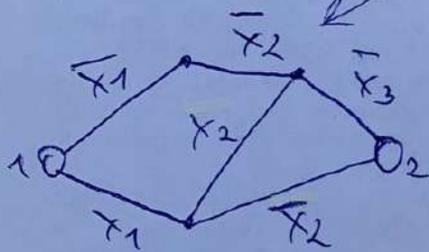
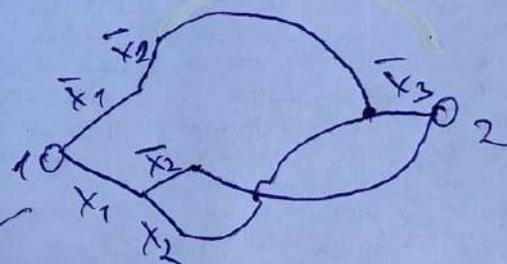
$$f(0, 0, x_3) = (10) = \bar{x}_3$$

$$f(0, 1, x_3) = (00) = 0$$

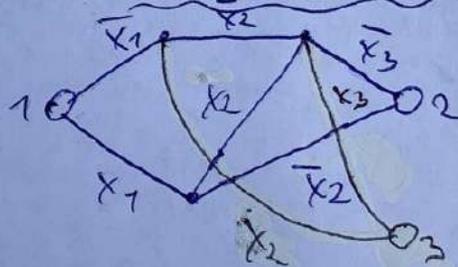
$$f(1, 0, x_3) = (11) = 1$$

$$f(1, 1, x_3) = (10) = \bar{x}_3$$

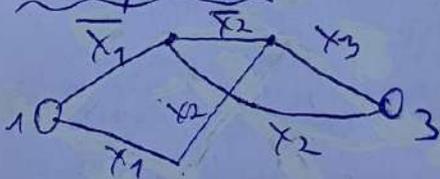
$$f = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 x_2 x_3$$



наша ККС:



инверсная:



+

метод Шеннона

$$\Sigma = (1000 \ 1110)$$

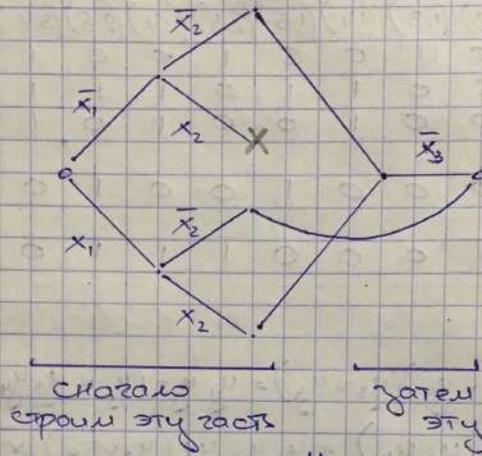
$$f(0,0,x_3) = \bar{x}_3$$

$$f(0,1,x_3) = 0$$

$$f(1,0,x_3) = 1$$

$$f(1,1,x_3) = \bar{x}_3$$

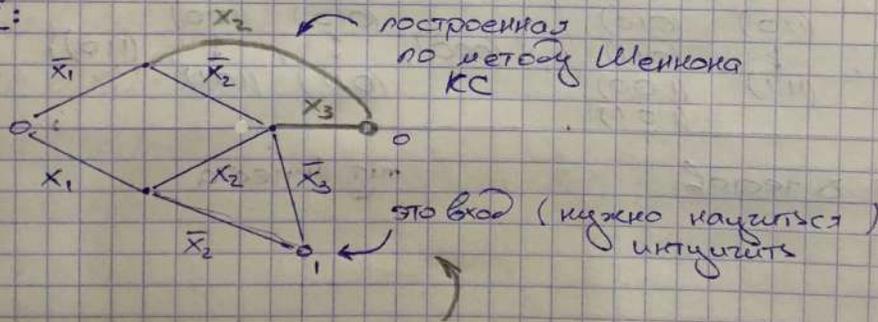
$$\Rightarrow f = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \cdot 0 \vee x_1 \bar{x}_2 \cdot 1 \vee x_1 x_2 \cdot \bar{x}_3$$



Перерисуем:

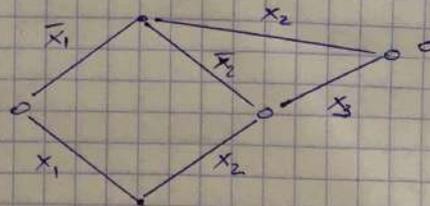
и соединим

$\Sigma$ :



достроим до полной ККС

инверсная ККС:



С помощью метода Шеннона, разлагая ФАЛ  $f(x_1, x_2, x_3)$ , где  $\tilde{\alpha}_f = (0001 0111)$ , по БП  $x_1, x_2$ , построить реализующую ее (1, 1)-КС, а затем получить из этой ККС инверсную схему.

Метод Шеннона

$f(x_1, x_2, x_3), \tilde{\alpha}_f = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$f(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_1} \overline{x_2} f(0, 0, x_3) \vee \overline{x_1} x_2 f(0, 1, x_3) \vee x_1 \overline{x_2} f(1, 0, x_3) \vee x_1 x_2 f(1, 1, x_3)$

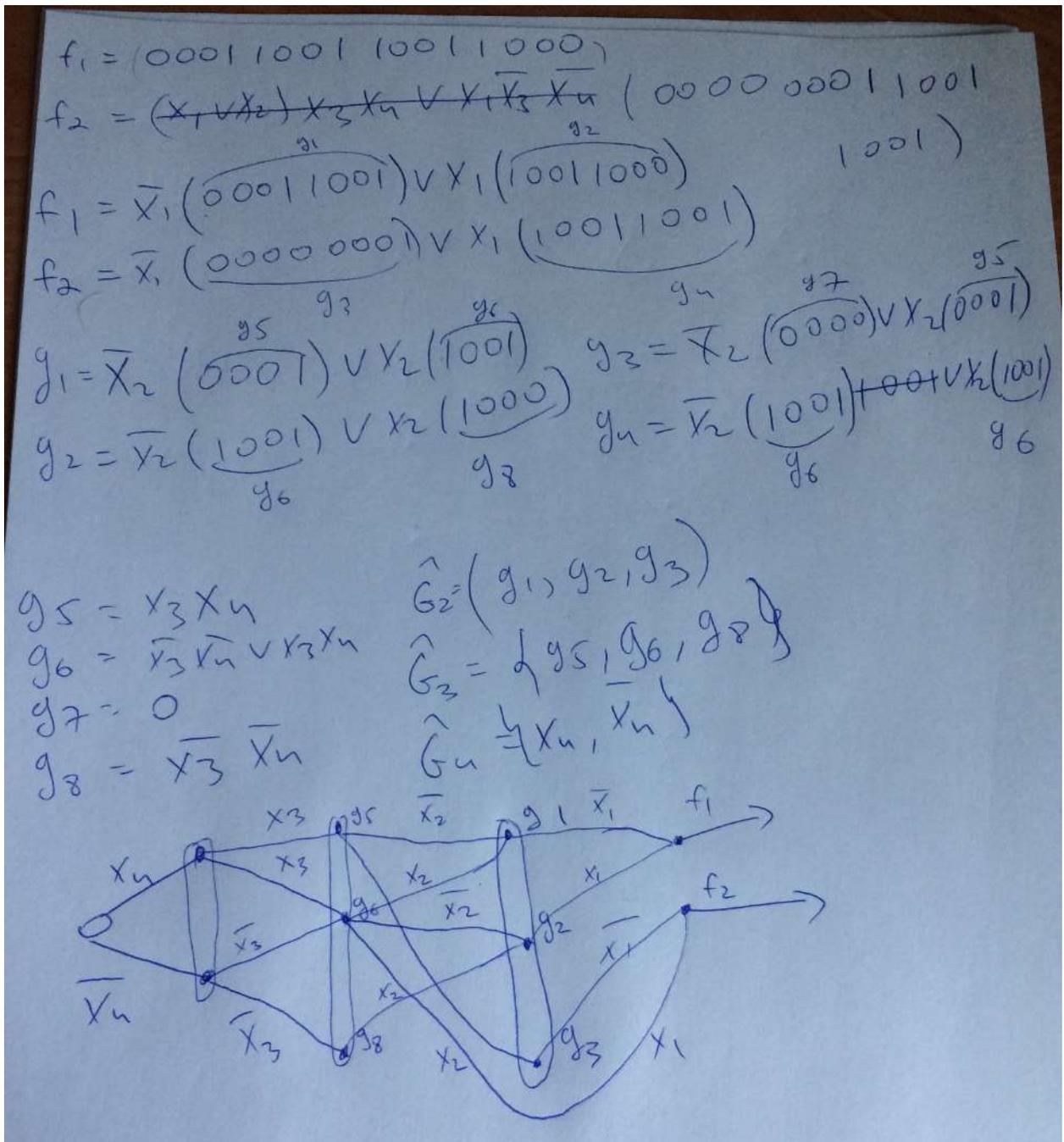
$= \overline{x_1} x_2 x_3 \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \vee x_1 x_2$

Полная ККС

Инверсная ККС

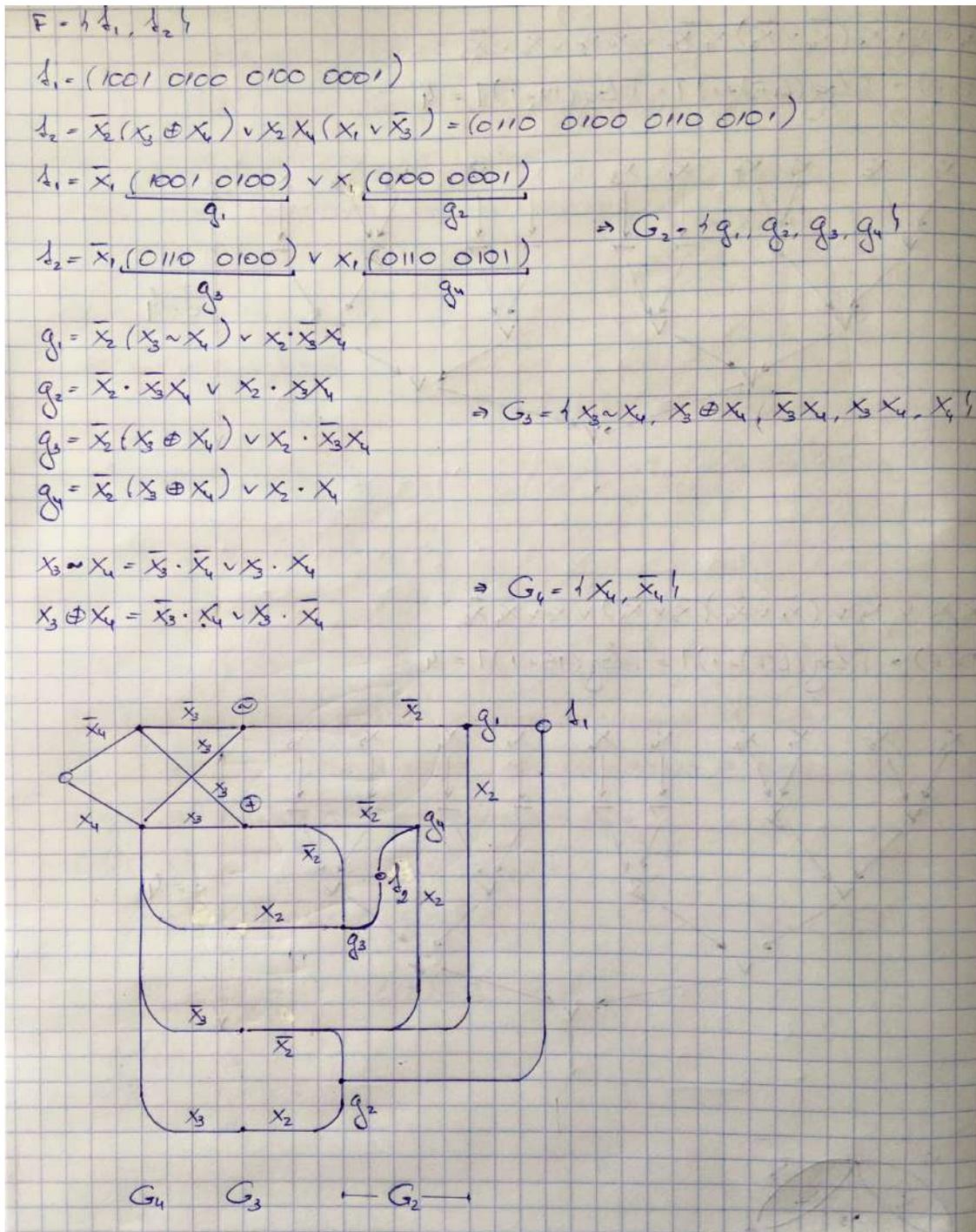
+

С помощью метода каскадов, последовательно разлагая реализуемые ФАЛ по  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , построить (1, 2)-КС  $\Sigma$  для системы ФАЛ  $F = (f_1, f_2)$  и СФЭ  $S$  для ФАЛ  $f_1$ , где  $f_1 = (0001\ 1001\ 1001\ 1000)$ ,  $f_2 = (x_1 \vee x_2)x_3x_4 \vee x_1\bar{x}_3\bar{x}_4$ .



Забыл про СФЭ :(

С помощью метода каскадов, последовательно разлагая реализуемые ФАЛ по  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , построить (1, 2)-КС  $\Sigma$  для системы ФАЛ  $F = (f_1, f_2)$  и СФЭ  $S$  для ФАЛ  $f_1$ , где  $f_1 = (1001\ 0100\ 0100\ 0001)$ ,  $f_2 = \bar{x}_2(x_3 \oplus x_4) \vee x_2x_4(x_1 \vee \bar{x}_3)$ .



Забыл про СФЭ :(

С помощью метода каскадов, последовательно разлагая реализуемые ФАЛ по  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , построить (1, 2)-КС  $\Sigma$  для системы ФАЛ  $F = (f_1, f_2)$  и СФЭ  $S$  для ФАЛ  $f_1$ , где  $f_1 = (1111\ 0110\ 0110\ 0000)$ ,  $f_2 = (x_1 \oplus x_2)(x_3 \oplus x_4) \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4$ .

метод каскадов

$F = \{f_1, f_2\}$

$f_1 = (1111\ 0110\ 0110\ 0000)$

$f_2 = (x_1 \oplus x_2)(x_3 \oplus x_4) \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 = (0000\ 0110\ 0110\ 0100)$

$f_1 = \bar{x}_1 \underbrace{(1111\ 0110)}_{g_1} \vee x_1 \underbrace{(0110\ 0000)}_{g_2}$

$f_2 = \bar{x}_1 \underbrace{(0000\ 0110)}_{g_3} \vee x_1 \underbrace{(0110\ 0100)}_{g_4}$

$G_2 = \{g_1, g_2, g_3, g_4\}$

$g_1 = \bar{x}_2 \cdot 1 \vee x_2 \cdot (x_3 \oplus x_4)$

$g_2 = \bar{x}_2 \cdot (x_3 \oplus x_4) \vee x_2 \cdot 0$

$g_3 = \bar{x}_2 \cdot 0 \vee x_2 \cdot (x_3 \oplus x_4)$

$g_4 = \bar{x}_2 \cdot (x_3 \oplus x_4) \vee x_2 \cdot (\bar{x}_3 x_4)$

$G_3 = \{x_3 \oplus x_4, \bar{x}_3 x_4\}$

$x_3 \oplus x_4 = \bar{x}_3 x_4 \vee x_3 \bar{x}_4$

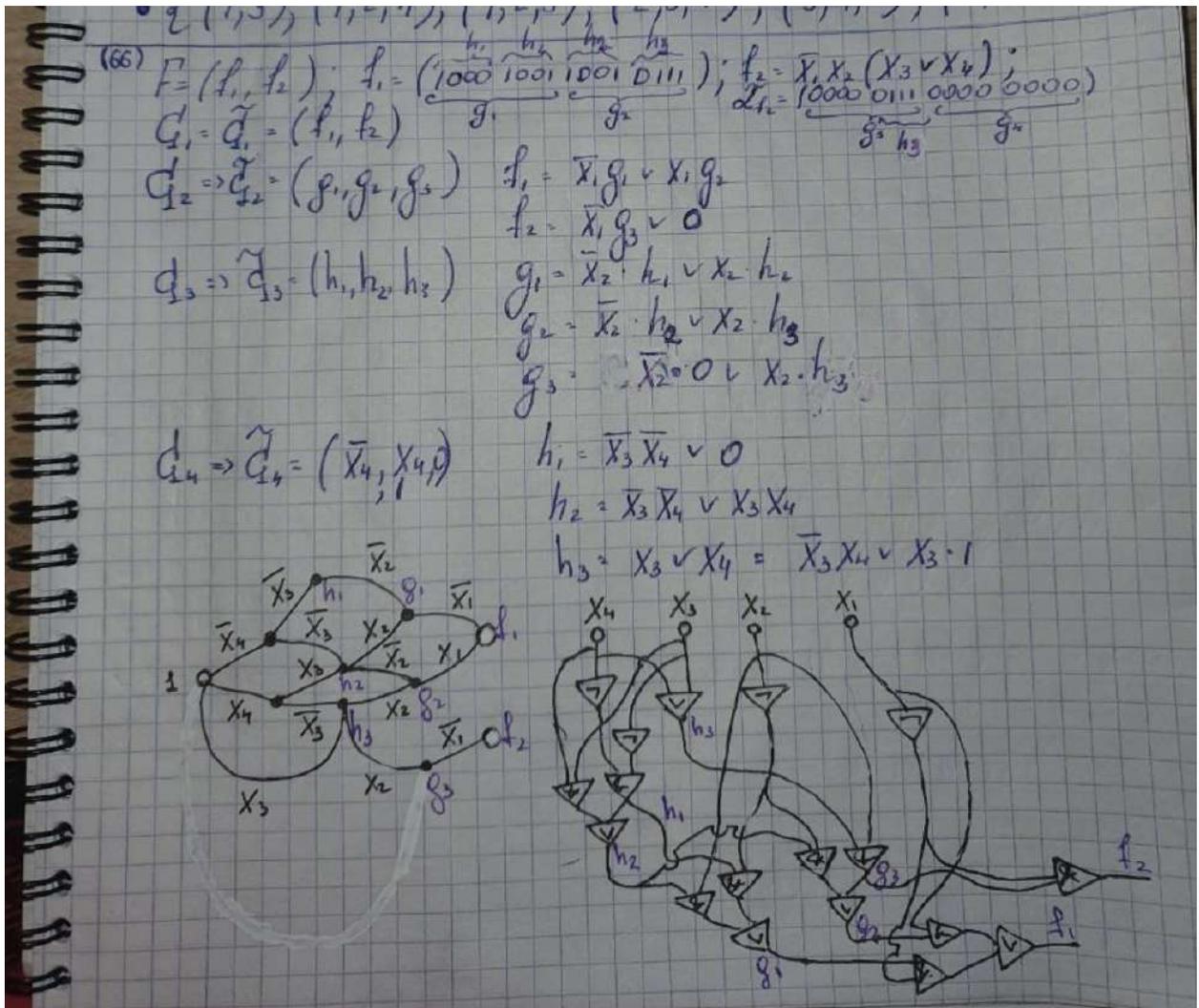
$\bar{x}_3 x_4 = \bar{x}_3 x_4 \vee x_3 \cdot 0$

$G_4 = \{x_4, \bar{x}_4\}$

$G_4 \quad G_3 \quad G_2 \quad F$

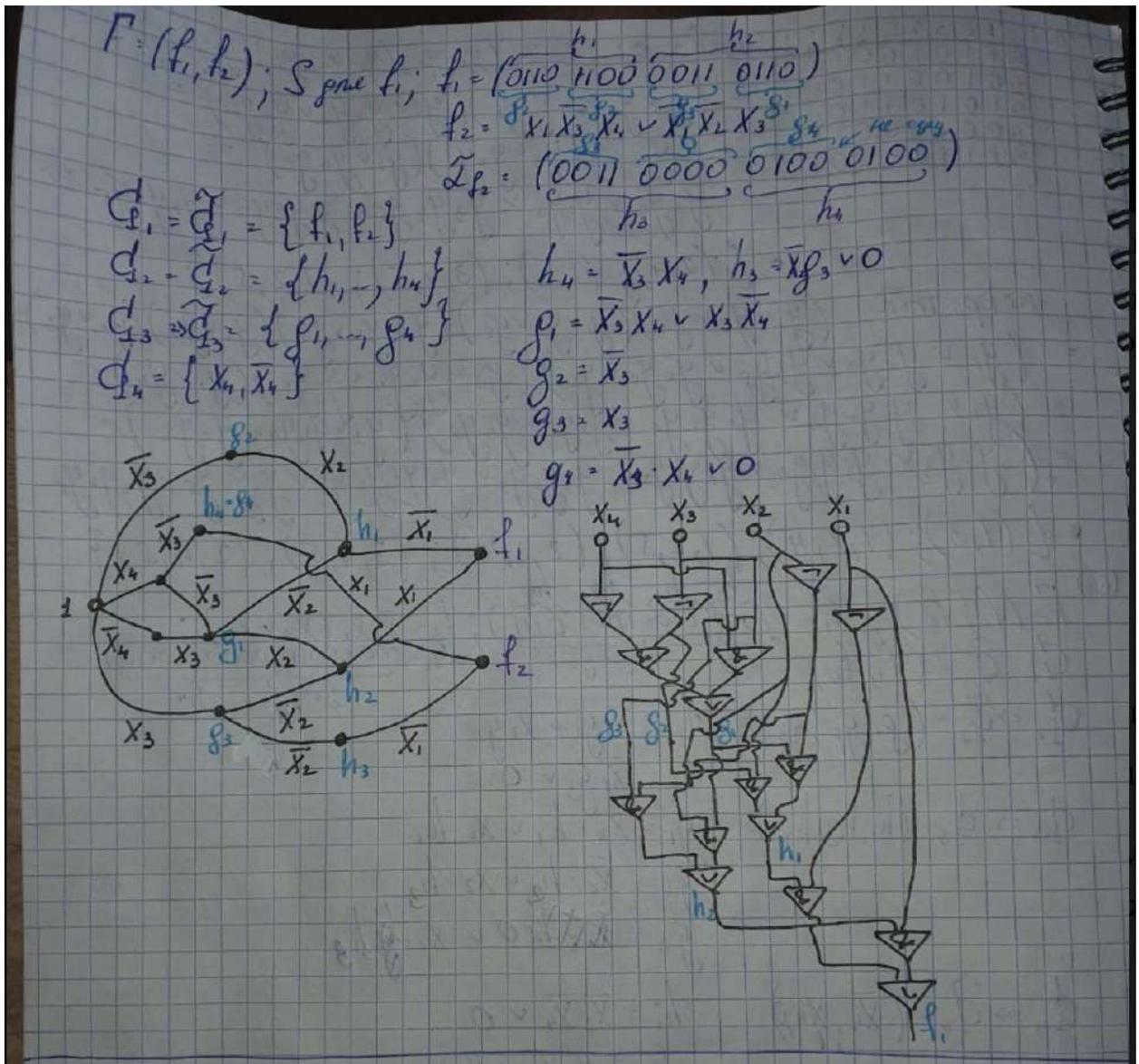
Забыл про СФЭ :(

С помощью метода каскадов, последовательно разлагая реализуемые ФАЛ по  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , построить (1, 2)-КС  $\Sigma$  для системы ФАЛ  $F = (f_1, f_2)$  и СФЭ  $S$  для ФАЛ  $f_1$ , где  $f_1 = (1000\ 1001\ 1001\ 0111)$ ,  $f_2 = \bar{x}_1 x_2 (x_3 \vee x_4)$ .



Случайно построил СФЭ для  $F$ , а не только для  $f_1$  :(

С помощью метода каскадов, последовательно разлагая реализуемые ФАЛ по  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , построить (1, 2)-КС  $\Sigma$  для системы ФАЛ  $F = (f_1, f_2)$  и СФЭ  $S$  для ФАЛ  $f_1$ , где  $f_1 = (0110\ 1100\ 0011\ 0110)$ ,  $f_2 = x_1\bar{x}_3x_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3$ .



С помощью метода каскадов, последовательно разлагая реализуемые ФАЛ по  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , построить (1, 2)-КС  $\Sigma$  для системы ФАЛ  $F = (f_1, f_2)$  и СФЭ  $S$  для ФАЛ  $f_1$ , где  $f_1 = (0110\ 1000\ 1000\ 0101)$ ,  $f_2 = x_1 \bar{x}_2 (x_3 \oplus x_4) \vee \bar{x}_1 x_2 x_4$ .

**Метод каскадов**

Система ФАЛ  $F = \{f_1, f_2\}$

$f_1 = (0110\ 1000\ 1000\ 0101)$

$f_2 = x_1 \bar{x}_2 (x_3 \oplus x_4) \vee \bar{x}_1 x_2 x_4$

1)  $G_1 = \{f_1, f_2\}$

$f_1 = \bar{x}_1 (0110) \vee x_1 (1000\ 0101)$   $G_2 = \{g_0, g_1, g_2, g_3\}$

$f_2 = \bar{x}_1 (x_2 x_4) \vee x_1 (\bar{x}_2 (x_3 \oplus x_4))$

2)  $g_0 = \bar{x}_2 (x_3 x_4 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_4) \vee x_2 (\bar{x}_3 \cdot \bar{x}_4)$

$g_1 = \bar{x}_2 (\bar{x}_3 \cdot x_4) \vee x_2 (x_3)$   $\rightarrow G_3 = \{x_3 \oplus x_4, \bar{x}_3 \cdot \bar{x}_4, x_3, x_4\}$

$g_2 = x_2 (x_4)$

$g_3 = \bar{x}_2 \cdot (x_3 \oplus x_4)$

3)  $x_3 \oplus x_4 = \bar{x}_3 x_4 \vee x_3 \bar{x}_4$   $\rightarrow G_4 = \{x_4, \bar{x}_4\}$

$\bar{x}_3 \cdot \bar{x}_4 = \bar{x}_3 \cdot \bar{x}_4$

$x_3 = x_3$

$\Rightarrow$

**СФЭ для  $f_1$**

С помощью метода каскадов, последовательно разлагая реализуемые ФАЛ по  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , построить (1, 2)-КС  $\Sigma$  для системы ФАЛ  $F = (f_1, f_2)$  и СФЭ  $S$  для ФАЛ  $f_1$ , где  $f_1 = (0110\ 1001\ 1010\ 0000)$ ,  $f_2 = x_1\bar{x}_2(x_3 \oplus x_4) \vee \bar{x}_1\bar{x}_3\bar{x}_4$ .

метод каскадов

$F = \{f_1, f_2\}$

$f_1 = (0110\ 1001\ 1010\ 0000)$

$f_2 = x_1\bar{x}_2(x_3 \oplus x_4) \vee \bar{x}_1\bar{x}_3\bar{x}_4 = (1000\ 1000\ 0110\ 0000)$

$f_1 = \overbrace{x_1(0110\ 1001)}^{g_1} \vee \overbrace{x_1(1010\ 0000)}^{g_2}$

$f_2 = \overbrace{x_1(1000\ 1000)}^{g_3} \vee \overbrace{x_1(0110\ 0000)}^{g_4}$   $\Rightarrow G_2 = \{g_1, g_2, g_3, g_4\}$

$g_1 = \bar{x}_2(x_3 \oplus x_4) \vee x_2(x_3 \sim x_4)$

$g_2 = \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_4 \vee x_2 \cdot 0$

$g_3 = \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_2 \cdot \bar{x}_3\bar{x}_4$

$g_4 = \bar{x}_2(x_3 \oplus x_4) \vee x_2 \cdot 0$

$x_3 \oplus x_4 = \bar{x}_3 \cdot x_4 \vee x_3 \cdot \bar{x}_4$

$x_3 \sim x_4 = \bar{x}_3 \cdot \bar{x}_4 \vee x_3 \cdot x_4$

$\Rightarrow G_3 = \{x_3 \oplus x_4, x_3 \sim x_4, x_3\bar{x}_4\}$

$g_3$  не существенно зависит от  $x_2$   
 $\Rightarrow$  по  $x_2$  не распадаем  
 $\hookrightarrow$  сразу переносим в  $G_3$   
 $\Rightarrow G_4 = \{x_4, x_4\}$

$\Sigma$ :

$S$ :

Забыл про СФЭ :(

С помощью метода каскадов, последовательно разлагая реализуемые ФАЛ по  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , построить (1, 2)-КС  $\Sigma$  для системы ФАЛ  $F = (f_1, f_2)$  и СФЭ  $S$  для ФАЛ  $f_1$ , где  $f_1 = (1001 \ 0110 \ 1001 \ 0111)$ ,  $f_2 = \overline{x_1}(x_3 \vee x_4) \vee x_1(\overline{x_2} \oplus x_3 \oplus x_4)$ .

**Метод каскадов**  
 система ФАЛ  $F = \{f_1, f_2\}$   
 $f_1 = (1001 \ 0110 \ 1001 \ 0111)$   
 $f_2 = \overline{x_1}(x_3 \vee x_4) \vee x_1(\overline{x_2} \oplus x_3 \oplus x_4)$

1)  $G_1 = \{f_1, f_2\}$   
 $f_1 = \overline{x_1}(1001 \overset{g_0}{0110}) \vee x_1(1001 \overset{g_1}{0111})$   $G_2 = \{g_0, g_1, g_2, g_3\}$   
 $f_2 = \overline{x_1}(x_3 \vee x_4) \overset{g_2}{\vee} x_1(\overline{x_2} \oplus x_3 \oplus x_4) \overset{g_0}{\vee} x_1(\overline{x_2} \oplus x_3 \oplus x_4)$

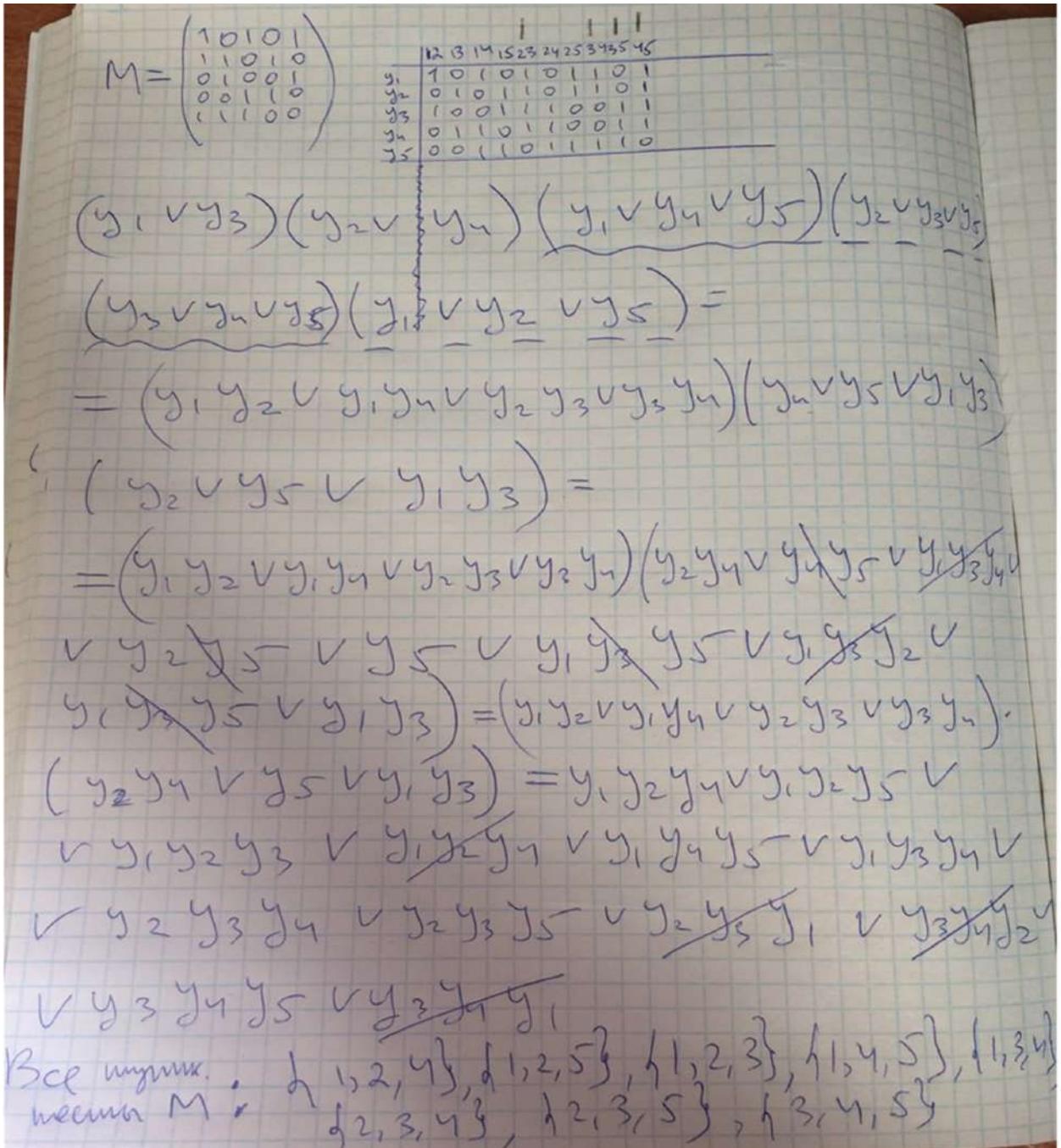
2)  $g_0 = \overline{x_2}(\overline{x_3} \overline{x_4} \overset{h_0}{\vee} x_3 x_4) \vee x_2(\overline{x_3} x_4 \vee x_3 \overline{x_4})$   
 $g_1 = \overline{x_2}(\overline{x_3} x_4 \vee x_3 \overline{x_4}) \vee x_2(x_3 \vee x_4) \overset{h_1}{\vee} x_2(x_3 \vee x_4)$   
 $g_2 = \overline{x_2}(\overline{x_3} \overline{x_4} \vee x_3 x_4) \vee x_2(x_3 \overline{x_4} \vee x_3 x_4) \overset{g_0}{\vee} x_2(x_3 \overline{x_4} \vee x_3 x_4) \quad (g_3 = g_0)$   
 $\rightarrow G_3 = \{h_0, h_1, g_2\}$

3)  $h_0 = \overline{x_3} \overline{x_4} \vee x_3 x_4$   
 $h_1 = \overline{x_3} x_4 \vee x_3 \overline{x_4}$   $\Rightarrow G_4 = \{x_4, \overline{x_4}\}$   
 $g_2 = \overline{x_2} x_4 \vee x_2 \cdot 1$

**КС:**

**СФЭ:**

С помощью КНФ для ФАЛ теста построить все тупиковые тесты для таблицы:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$


Найдены все тупиковые диагностически, не понятно что нужно в задании, будьте внимательны.

С помощью КНФ для ФАЛ теста построить все тупиковые тесты для таблицы:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, M = \begin{array}{c|cccccc} (1,2) & (1,3) & (1,4) & (1,5) & (2,3) & (2,4) & (2,5) & (3,4) & (3,5) & (4,5) \\ \hline 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & y_1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & y_2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & y_3 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & y_4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & y_5 \end{array}$

Все тупиковые тесты M:

$$\begin{aligned} & (y_2 \vee y_3) (y_1 \vee y_4) (y_3 \vee y_4 \vee y_5) (y_1 \vee y_2 \vee y_5) (y_2 \vee y_4 \vee y_5) (y_1 \vee y_3 \vee y_5) = \\ & = (y_3 \vee y_2 y_4 \vee y_2 y_5) (y_1 \vee y_2 y_4 \vee y_4 y_5) \cdot (y_5 \vee y_1 y_2 \vee y_2 y_3 \vee \\ & \vee y_1 y_4 \vee y_3 y_4) = (y_2 y_4 \vee y_1 y_3 \vee y_3 y_4 y_5 \vee y_1 y_2 y_5) \cdot (y_5 \vee y_1 y_2 \vee \\ & \vee y_2 y_3 \vee y_1 y_4 \vee y_3 y_4) = (y_1 y_2 y_5 \vee y_3 y_4 y_5 \vee y_1 y_3 y_5 \vee y_1 y_2 y_3 \vee \\ & \vee y_1 y_3 y_4 \vee y_2 y_4 y_5 \vee y_1 y_2 y_4 \vee y_2 y_3 y_4) \end{aligned}$$

$\rightarrow \left. \begin{array}{l} \{1, 2, 5\} \\ \{3, 4, 5\} \\ \{1, 3, 5\} \\ \{1, 2, 3\} \\ \{1, 3, 4\} \\ \{2, 4, 5\} \\ \{1, 2, 4\} \\ \{2, 3, 4\} \end{array} \right\} \text{ - все тупиковые тесты } M \iff \text{ все тупик. тесты } M.$

Найдены все тупиковые диагностически, не понятно что нужно в задании, будьте внимательны.

С помощью КНФ для ФАЛ покрытия и ФАЛ теста построить все тупиковые покрытия и все тупиковые проверяющие тесты для таблицы:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{M} = \begin{array}{c|cccc|c} (1,2), & (1,3) & (1,4) & (1,5) & \\ \hline 0 & 1 & 1 & 0 & y_1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & y_2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & y_3 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & y_4 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & y_5 \end{array}$

Тупиковые тесты M

$$\begin{aligned} & (y_1 \vee y_4) \cdot (y_3 \vee y_3 \vee y_5) \cdot (y_2 \vee y_3 \vee y_5) = \\ & = (y_1 \vee y_3 y_4 \vee y_4 y_5) (y_2 \vee y_3 \vee y_5) = \\ & = y_1 y_2 \vee y_1 y_3 \vee y_1 y_5 \vee y_3 y_4 \vee y_4 y_5. \end{aligned}$$

$\rightarrow \left. \begin{array}{l} \{1, 2\} \\ \{1, 3\} \\ \{1, 5\} \\ \{3, 4\} \\ \{4, 5\} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{тупик} \\ \text{покрыт } \mathcal{M} \end{array} \iff \text{тупиковые тесты } M.$

Тупиковое покрытие M

$$\begin{aligned} & (y_3 \vee y_4) \cdot (y_2 \vee y_5) \cdot (y_1 \vee y_3) \cdot (y_1 \vee y_4 \vee y_5) \cdot (y_2 \vee y_4 \vee y_5) = \\ & = (y_3 \vee y_1 y_4) \cdot (y_5 \vee y_1 y_2 \vee y_2 y_4) = \\ & = (y_3 y_5 \vee y_1 y_2 y_3 \vee y_2 y_3 y_4 \vee y_1 y_4 y_5 \vee y_1 y_2 y_4). \end{aligned}$$

$\rightarrow \left. \begin{array}{l} \{3, 5\} \\ \{1, 2, 3\} \\ \{2, 3, 4\} \\ \{1, 4, 5\} \\ \{1, 2, 4\} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{тупик} \\ \text{покрыт } M. \end{array}$

С помощью КНФ для ФАЛ покрытия и ФАЛ теста построить все тупиковые покрытия и все тупиковые проверяющие тесты для таблицы:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow M = \begin{array}{c|ccc|c} (1,2) & (2,3) & (3,4) & (1,5) & \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 & y_1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & y_2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & y_3 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & y_4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & y_5 \end{array}$

**Тупиковые тесты:  $M$**

$$\begin{aligned} & (y_1 \vee y_3) \cdot (y_2 \vee y_4) \vee (y_1 \vee y_4 \vee y_5) \vee (y_2 \vee y_3 \vee y_5) = \\ & = (y_1 \vee y_3 y_4 \vee y_3 y_5) \cdot (y_2 \vee y_3 y_4 \vee y_4 y_5) = \\ & = y_1 y_2 \vee y_1 y_4 y_5 \vee y_3 y_4 \vee y_2 y_3 y_5 \vee y_3 y_4 y_5. \end{aligned}$$

$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \{1, 2\} \\ \{3, 4\} \\ \{1, 4, 5\} \\ \{2, 3, 5\} \end{array} \right\} \text{ — тупиковые покрытия } M \iff \text{ тупиковые тесты } M.$

**Тупиковые покрытия:  $M^c$**

$$\begin{aligned} & (y_1 \vee y_2 \vee y_5) \cdot (y_2 \vee y_3 \vee y_5) \cdot (y_1 \vee y_4 \vee y_5) \cdot (y_2 \vee y_4) \cdot \\ & \cdot (y_1 \vee y_3) = (y_1 \vee y_2 y_4 \vee y_5) (y_2 \vee y_3 y_4 \vee y_4 y_5) \cdot (y_1 \vee y_3) = \\ & = (y_1 \vee y_2 y_3 y_4 \vee y_3 y_5) \cdot (y_2 \vee y_3 y_4 \vee y_4 y_5) = \\ & = y_1 y_2 \vee y_2 y_3 y_4 \vee y_1 y_4 y_5 \vee y_2 y_3 y_4 \vee y_2 y_3 y_5 \vee y_3 y_4 y_5 \vee \\ & \vee y_3 y_4 y_5. \end{aligned}$$

$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \{1, 2\} \\ \{1, 3, 4\} \\ \{1, 4, 5\} \\ \{2, 3, 4\} \\ \{2, 3, 5\} \\ \{3, 4, 5\} \end{array} \right\} \text{ — тупиковые покрытия } M^c.$

С помощью КНФ для ФАЛ покрытия и ФАЛ теста построить все тупиковые покрытия и все тупиковые проверяющие тесты для таблицы:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(65)

	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
$y_1$	1	1	0	1	0	0	1	0	1	
$y_2$	0	1	0	0	1	1	0	0	1	
$y_3$	1	0	1	0	1	1	0	1	0	
$y_4$	0	0	1	1	0	0	1	1	0	
$y_5$	1	1	1	0	0	0	0	1	1	

провер. тест:  $(y_2 \vee y_3)(y_1 \vee y_4)(y_3 \vee y_4 \vee y_5)(y_1 \vee y_2 \vee y_5) =$   
 $= (y_3 \vee y_2 \vee y_4 \vee y_5)(y_1 \vee y_2 \vee y_4 \vee y_5) =$   
 $= y_2 y_4 \vee (y_3 \vee y_2 \vee y_5)(y_1 \vee y_4 \vee y_5) =$   
 $= y_2 y_4 \vee y_1 y_3 \vee y_3 y_4 y_5 \vee y_1 y_2 y_5 \vee y_2 y_4 y_5 \Rightarrow$   
 •  $\{(2,4); (1,3); (3,4,5); (1,2,5)\}$

покр. табл.:  $(y_1 \vee y_3 \vee y_5)(y_1 \vee y_2 \vee y_5)(y_3 \vee y_4 \vee y_5)(y_1 \vee y_4)(y_2 \vee y_3) =$   
 $= (y_1 \vee y_3 \vee y_5 \vee y_2 y_5 \vee y_2 y_3 \vee y_5)(y_3 \vee y_2 \vee y_4 \vee y_5)(y_1 \vee y_4) =$   
 $= (y_1 \vee y_3 \vee y_5 \vee y_2 y_3 \vee y_2 y_4 \vee y_2 y_5 \vee y_4 y_5)(y_3 \vee y_2 \vee y_4 \vee y_5) =$   
 $= y_1 y_3 \vee y_1 y_2 y_4 \vee y_1 y_2 y_5 \vee y_2 y_3 y_4 \vee y_2 y_3 y_5 \vee y_2 y_4 y_5 \vee y_3 y_4 y_5 \vee y_2 y_4 y_5$   
 •  $\{(1,3); (1,2,4); (1,2,5); (2,3,4); (3,4,5); (2,4,5)\}$

Построить все тупиковые диагностические тесты для схемы, реализующей ФАЛ  $f_1 = \bar{x}_1\bar{x}_2 \vee x_1x_2x_3$  в исправном состоянии и ФАЛ  $f_2 = x_1x_2x_3$ ,  $f_3 = \bar{x}_1\bar{x}_2$ ,  $f_4 = x_1 \vee \bar{x}_2$ ,  $f_5 = \bar{x}_1 \vee x_2$  в неисправном состоянии.

(64)  $f_1 = \bar{x}_1\bar{x}_2 \vee x_1x_2x_3$   
 $f_2 = x_1x_2x_3$ ;  $f_3 = \bar{x}_1\bar{x}_2$   
 $f_4 = x_1 \vee \bar{x}_2$ ;  $f_5 = \bar{x}_1 \vee x_2$

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$
0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1

$y_1, y_5 (y_3, y_4) (y_2 \vee y_4) (y_2 \vee y_3) =$   
 $= y_1, y_5 (y_4 \vee y_2 y_3) (y_2 \vee y_3) =$   
 $= y_1, y_5 (y_2 y_4 \vee y_3 y_4 \vee y_2 y_3) = y_1 y_2 y_4 y_5 \vee y_1 y_3 y_4 y_5 \vee y_1 y_2 y_3 y_5$

$\{(000), (010), (110), (111)\}, \{(000), (100), (110), (111)\},$   
 $\{(001), (011)\}, \{(001), (101)\}$

$\{(000), (010), (100), (111)\} \Rightarrow 12$  тесты.

Построить все тупиковые диагностические тесты для схемы, реализующей ФАЛ  $f_1 = (x_1 \oplus x_2) \vee x_3 \bar{x}_1 \bar{x}_2$  в исправном состоянии и ФАЛ  $f_2 = x_1 \vee x_2 \vee x_3$ ,  $f_3 = \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2$ ,  $f_4 = x_1 \bar{x}_2$ ,  $f_5 = \bar{x}_1 x_2$  в неисправном состоянии.

$f_1 = (x_1 \oplus x_2) \vee x_3 \bar{x}_1 \bar{x}_2$   
 $f_2 = x_1 \vee x_2 \vee x_3$   
 $f_3 = \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2$   
 $f_4 = x_1 \bar{x}_2$   
 $f_5 = \bar{x}_1 x_2$

поразрядный XOR  $f_2 \oplus f_5$

$x_1, x_2, x_3$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(3,4)	(3,5)	(4,5)
000	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0
001	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0
010	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1
011	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1
100	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1
101	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1
110	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
111	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0

$y_5 \cdot y_1 \cdot (y_2 \vee y_3) \cdot (y_2 \vee y_4) \cdot (y_3 \vee y_4) = y_1 y_5 (y_2 \vee y_3 y_4) (y_3 \vee y_4) =$   
 $= y_1 y_5 (y_2 y_3 \vee y_2 y_4 \vee y_3 y_4) = y_1 y_2 y_5 (y_3 \vee y_4) \vee y_1 y_5 y_3 y_4$

все тупиковые диагностические тесты

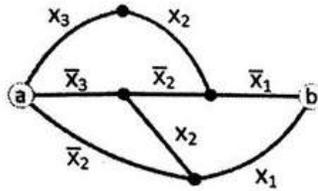
$\{(000), (001), (110), (010), (011), (100), (010), (100)\}$   
 $\{(111), (100), (101), (011), (101), (110)\}$

тут 8 тестов
тут 4 теста

В КС возможна одна из следующих четырех неисправностей:

- 1) обрыв контакта  $\bar{x}_1$ ;
- 2) замыкание контактов  $\bar{x}_2$ ;
- 3) обрыв контакта  $\bar{x}_3$ ;
- 4) замыкание контактов  $x_1, \bar{x}_1$ .

Построить все тупиковые диагностические тесты.



В КС возможна одна из след. неисправностей:

- 1) обрыв  $\bar{x}_1$
- 2) замык  $\bar{x}_2$
- 3) обрыв  $\bar{x}_3$
- 4) замык  $x_1, \bar{x}_1$

Построить все тупиковые диагностические тесты

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$f$	1)	2)	3)	4)	
0	0	0	1	0	1	0	1	$y_1$
0	0	1	0	0	0	0	1	$y_2$
0	1	0	0	0	1	0	1	$y_3$
0	1	1	1	0	1	1	1	$y_4$
1	0	0	1	1	1	1	1	
1	0	1	1	1	1	1	1	
1	1	0	1	1	1	0	1	$y_5$
1	1	1	0	0	1	0	1	$y_2$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

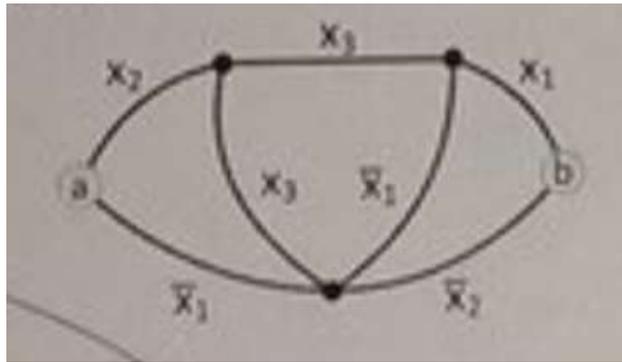
$(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5) = y_1 y_2 y_3 y_4 y_5$   
 $(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5) = y_1 y_2 (y_3 y_4 y_5 \vee y_1 y_5) = y_1 y_2 y_3 y_4 \vee y_1 y_2 y_4 y_5 \vee y_1 y_2 y_3 y_5$

$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (000), (001), (010), (011) \\ (001), (010), (011), (110) \\ (000), (001), (010), (110) \end{array} \right\}$  ← разл. комбинации.

В КС возможна одна из следующих четырех неисправностей:

- 1) обрыв контакта  $\bar{x}_1$ ;
- 2) обрыв контактов  $x_1$ ;
- 3) замыкание контактов  $x_2, x_3$ ;
- 4) замыкание контактов  $x_1, x_3$ .

Построить все тупиковые диагностические тесты.



$f_1 = \bar{x}_3 \bar{x}_2 \vee x_2 x_3 x_1$   
 $f_2 = f_1$   
 $f_3 = \bar{x}_3 \bar{x}_2$   
 $f_4 = \bar{x}_3 \bar{x}_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2$   
 $f_5 = \bar{x}_3 \bar{x}_2 \vee x_2 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_1$

$f_3 \oplus f_5$

$x_1, x_2, x_3$	$f_1, f_2, f_3, f_4, f_5$	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(3,4)	(3,5)	(4,5)
0 0 0	1 1 1 1						
0 0 1	0 0 1 0	0	1	0	1	0	1
0 1 0	0 0 0 1	0	0	1	0	1	1
0 1 1	0 0 0 1						
1 0 0	1 1 1 1						
1 0 1	0 0 1 0						
1 1 0	0 0 1 1	0	1	1	1	1	0
1 1 1	1 0 1 1	1	0	0	1	1	0

x x

$y_4 (y_1 \vee y_3) (y_2 \vee y_3) (y_1 \vee y_2) = y_4 (y_1 y_2 \vee y_3) (y_1 \vee y_2) =$   
 $= y_4 (y_1 y_2 \vee y_1 y_3 \vee y_2 y_3)$

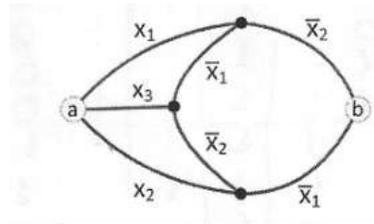
$\{ \begin{matrix} (001) \\ \downarrow \\ (101) \end{matrix}, \begin{matrix} (010) \\ \downarrow \\ (011) \end{matrix}, (111) \}, \{ \begin{matrix} (001) \\ \downarrow \\ (101) \end{matrix}, (110), (111) \}, \{ \begin{matrix} (010) \\ \downarrow \\ (011) \end{matrix}, (110), (111) \}$

Все тупиковые диагностические тесты (всего 8)

В КС возможна одна из следующих четырех неисправностей:

- 1) обрыв контактов  $\bar{x}_1$ ;
- 2) обрыв контактов  $x_1$ ;
- 3) замыкание контактов  $x_2, x_3$ ;
- 4) замыкание контактов  $x_1, x_3$ .

Построить все тупиковые диагностические тесты.



(63)

$f_1 = x_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2$   
 $f_2 = x_1 \bar{x}_2$   
 $f_3 = \bar{x}_1 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2$   
 $f_4 = \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2$   
 $f_5 = \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2$

$f_1 = x_1 \bar{x}_2 \vee x_1 \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee x_3 \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee x_3 \bar{x}_2 x_1$   
 $\vee x_2 \bar{x}_1 \vee x_2 \bar{x}_2 x_1 \bar{x}_2$   
 $f_2 = x_1 \bar{x}_2 \vee x_1 x_2 x_3$   
 $f_3 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2$   
 $f_4 = x_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee x_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1$   
 $f_5 = \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_2 \vee x_2 \bar{x}_1$

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$
$y_1$	0	0	0	0	0	1	0	0
$y_2$	0	0	1	1	0	1	1	1
$y_3$	0	1	1	0	1	1	1	1
	1	0	0	1	1	0	1	0
	1	0	1	1	0	1	1	1
	1	1	0	0	0	0	0	0
	1	1	0	0	0	0	0	0

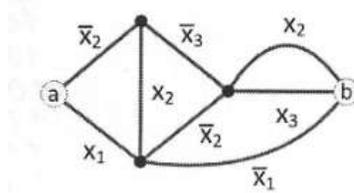
$y_1, y_2, y_3 \Rightarrow$   
 $\{(000), (001), (100)\}$   
 $(010) \leftrightarrow (011) \quad (101)$   
 $\Rightarrow 6$  штук.

+

В КС возможна одна из следующих четырех неисправностей:

- 1) замыкание контактов  $\bar{x}_1$ ;
- 2) обрыв контактов  $\bar{x}_2$ ;
- 3) замыкание контактов  $\bar{x}_3$ ;
- 4) обрыв контактов  $x_1, \bar{x}_1$ .

Построить все тупиковые диагностические тесты.



(62)

$f_1 = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_2 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3$   
 $f_2 = x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_3 = x_1 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_3$   
 $f_3 = x_1 x_2 \bar{x}_3$   
 $f_4 = \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 x_2 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 x_2 x_3 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_1$   
 $f_5 = \emptyset$

Для транз. верности лучше написать полностью  $f$  и провести дальше в ней забывайте пер. вкл. сокр. в реще и число осн.

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$z_4$
0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0
1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0
1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0

$(y_3 \vee y_5) y_1 (y_2 \vee y_5) (y_2 \vee y_3) y_4 =$   
 $= y_1 y_4 (y_3 \vee y_5) (y_2 \vee y_3) y_5 = y_1 y_4$   
 $(y_2 y_3 \vee y_3 y_5 \vee y_2 y_5) = y_1 y_2 y_3 y_4 \vee$   
 $\vee y_1 y_3 y_4 y_5 \vee y_1 y_2 y_4 y_5$

$\Rightarrow$  туп. диагност. тесты:  $\{(000), (001), (100), (110)\} \Rightarrow 8$  шт.  
 $\uparrow$   
 $(101)$   
 $\{(000), (100), (110), (111)\}$   
 $\uparrow$   
 $(101)$   
 $\{(000), (001), (110), (111)\}$   
 $\uparrow$   
 $(101)$

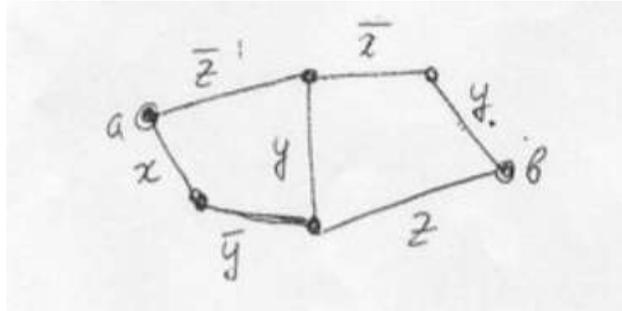
тестов не 8, а 6

+

В КС возможна одна из следующих трех неисправностей:

- 1) обрыв контакта  $\bar{x}$ ;
- 2) замыкание контакта  $\bar{z}$ ;
- 3) замыкание всех контактов  $y, \bar{y}$ .

Построить все туиковые диагностические тесты.



$I_1 = x\bar{y}z \vee \bar{z}xy$   
 $I_2 = x\bar{y}z$   
 $I_3 = x\bar{y}z \vee x\bar{y} \vee yz$   
 $I_4 = xz \vee \bar{z}\bar{x} = x \sim z$

поразрядный XOR

$x$	$y$	$z$	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	
0	0	0	0	0	0	1	
0	0	1	0	0	0	0	$y_1$
0	1	0	1	0	1	1	$y_2$
0	1	1	0	0	1	0	$y_3$
1	0	0	0	0	0	0	
1	0	1	1	1	1	1	
1	1	0	0	0	0	0	
1	1	1	0	0	1	1	$y_4$

$y_2(y_3 \vee y_4)(y_1 \vee y_4)(y_2 \vee y_3 \vee y_4)(y_1 \vee y_2 \vee y_4)(y_1 \vee y_3) =$   
 $= y_2(y_3 \vee y_4)(y_1 \vee y_4)(y_1 \vee y_3) = y_2(y_1 y_3 \vee y_3 y_4 \vee y_1 y_4 \vee y_4)(y_1 \vee y_3) =$   
 $= y_2(y_1 y_3 \vee y_1 y_3 y_4 \vee y_1 y_4 \vee y_3 y_4) = y_1 y_2 y_3 \vee y_1 y_2 y_4 \vee y_2 y_3 y_4$

все туиковые диагностические тесты:

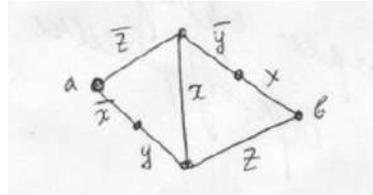
$\{ (000), (010), (011) \}, \{ (000), (010), (111) \}, \{ (010), (011), (111) \}$

3 теста

В КС возможна одна из следующих трех неисправностей:

- 1) замыкание контакта  $y$ ;
- 2) замыкание контакта  $\bar{z}$ ;
- 3) замыкание всех контактов  $x, \bar{x}$ .

Построить все туиковые диагностические тесты.



В КС возможно:

- 1) замык  $y$ .
- 2) замык  $\bar{z}$ .
- 3) замык false  $x, \bar{x}$

функции  
мест.

x	y	z	f	1)	2)	3)
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	0	0	0	1
1	1	1	0	0	0	1

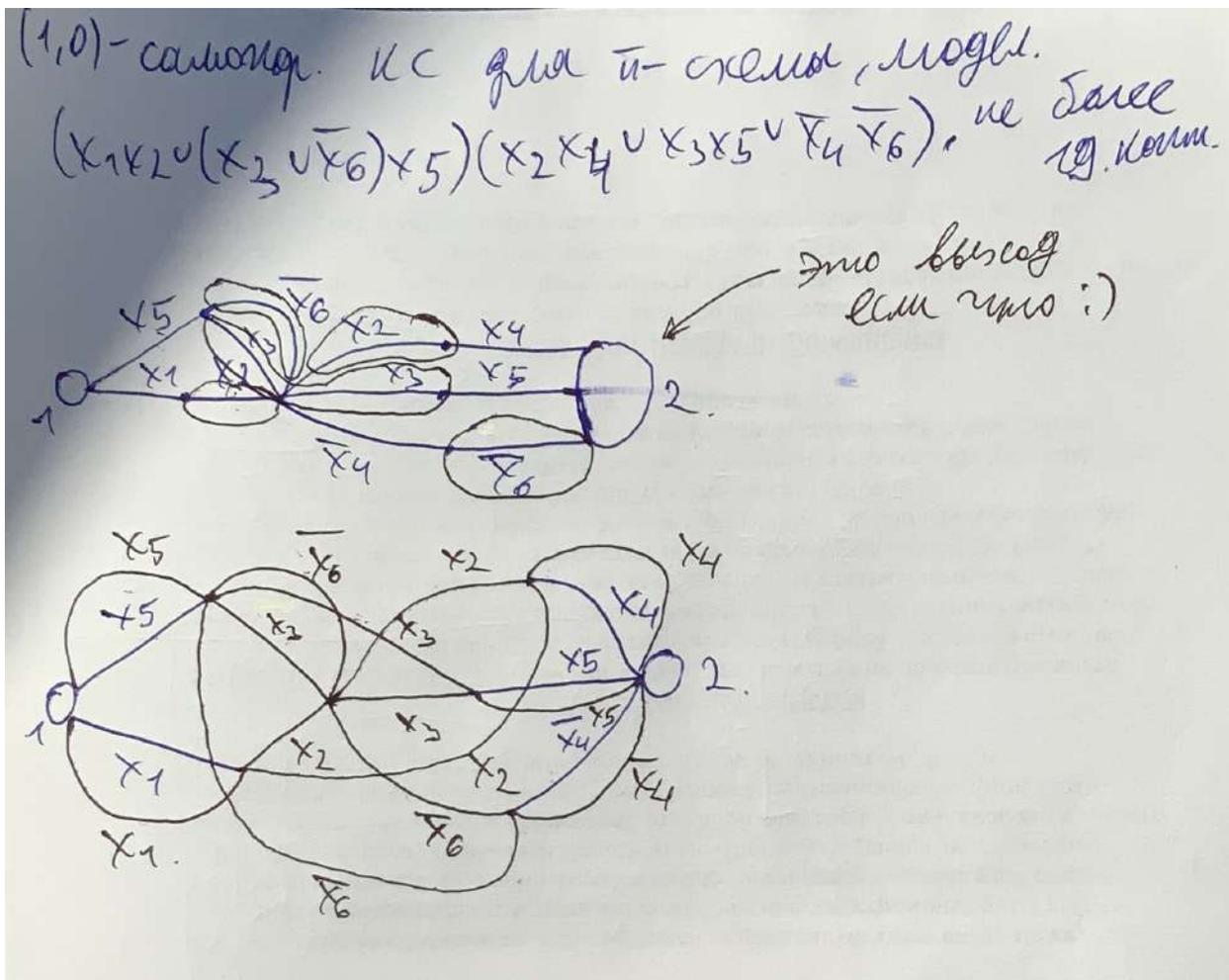
$y_1 = f_1$   
 $y_2 = f_2$   
 $y_3 = f_3$   
 $y_4 = f_4$   
 $y_5 = f_5$

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$y_2 y_5 y_1 (y_2 \vee y_5) (y_1 \vee y_2) (y_1 \vee y_5) = y_1 y_2 y_5$$

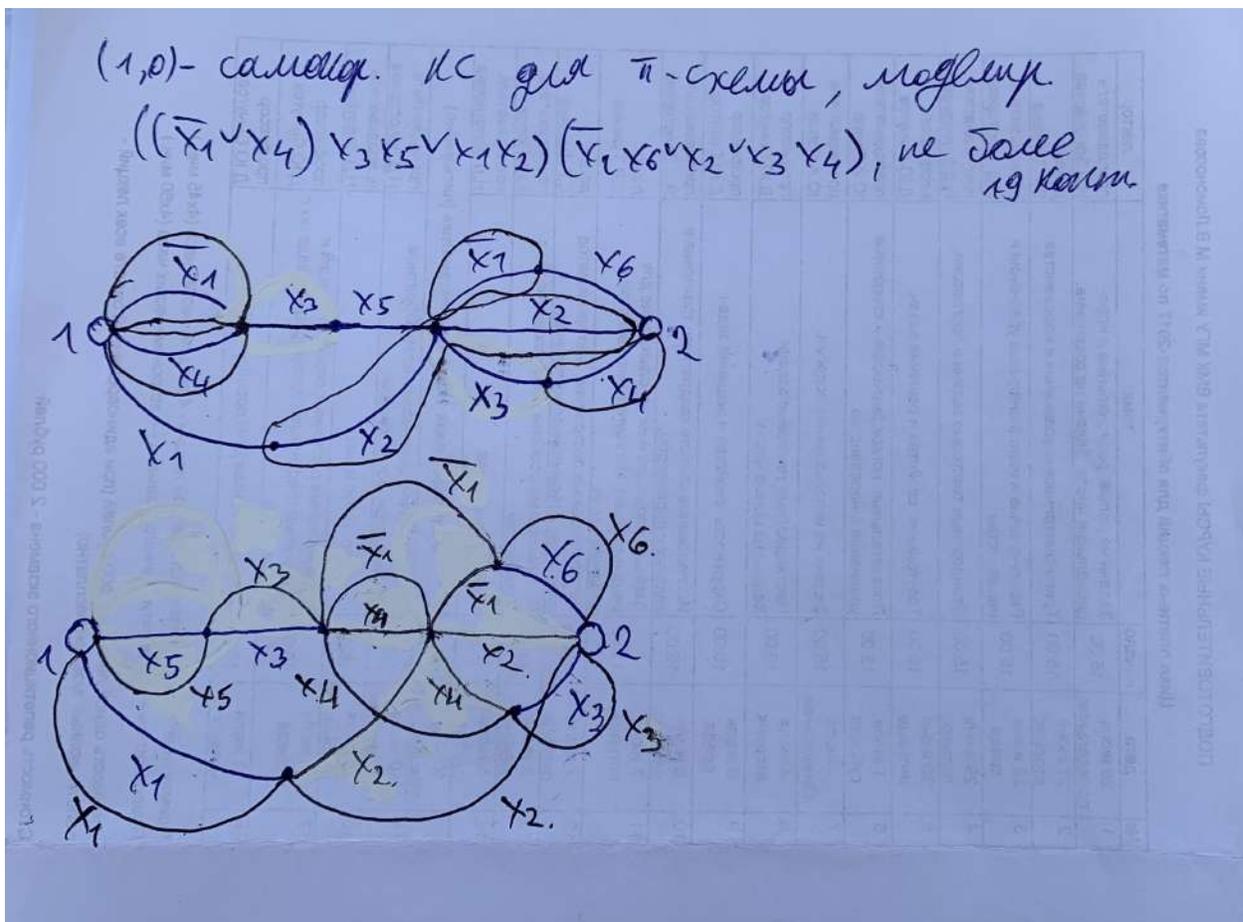
$$\{(000), (001), (101)\}, \{(111), (001), (101)\}$$

Применяя методы самокоррекции однородных подсхем  $\pi$ -схеме, которая моделирует формулу, подобную формуле  $(x_1x_2 \vee (x_3 \vee \bar{x}_6)x_5)(x_2x_4 \vee x_3x_5 \vee \bar{x}_4\bar{x}_6)$ , построить эквивалентную ей (1, 0)-самокорректирующуюся КС сложности не больше, чем 19.



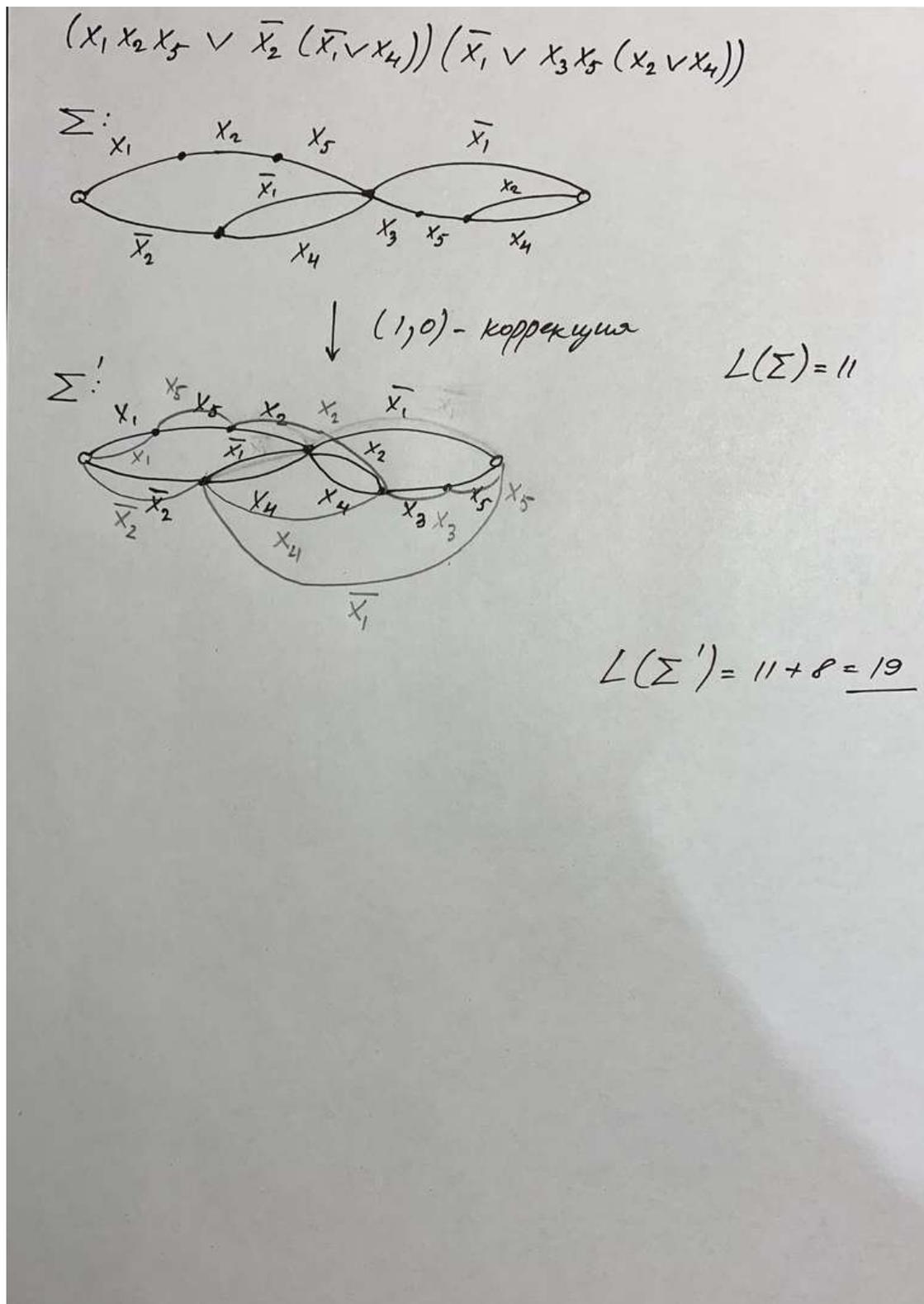
+

Применяя методы самокоррекции однородных подсхем  $\pi$ -схеме, которая моделирует формулу, подобную формуле  $((\bar{x}_1 \vee x_4)x_3x_5 \vee x_1x_2)(\bar{x}_1x_6 \vee x_2 \vee x_3x_4)$ , построить эквивалентную ей  $(1, 0)$ -самокорректирующуюся КС сложности не больше, чем 19.

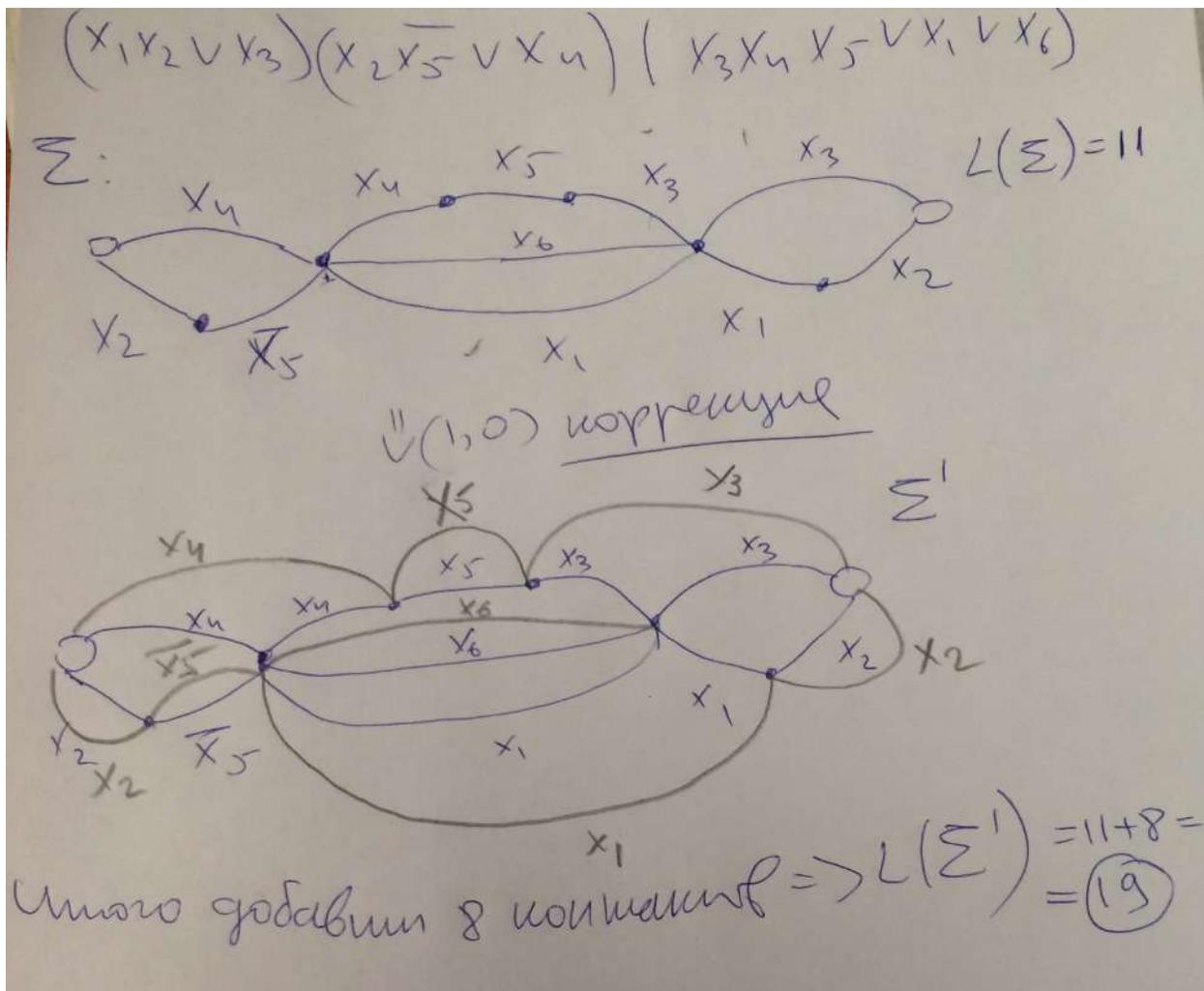


+

Применяя методы самокоррекции однородных подсхем  $\pi$ -схеме, которая моделирует формулу, подобную формуле  $(x_1 x_2 x_5 \vee \bar{x}_2 (\bar{x}_1 \vee x_4)) (\bar{x}_1 \vee x_3 x_5 (x_2 \vee x_4))$ , построить эквивалентную ей  $(1, 0)$ -самокорректирующуюся КС сложности не больше, чем 19.



Применяя методы самокоррекции однородных подсхем  $\pi$ -схеме, которая моделирует формулу, подобную формуле  $(x_1x_2 \vee x_3)(x_2\bar{x}_5 \vee x_4)(x_3x_4x_5 \vee x_1 \vee x_6)$ , построить эквивалентную ей  $(1, 0)$ -самокорректирующуюся КС сложности не больше, чем 19.



Установить асимптотику сложности реализации СФЭ самой сложной из тех ФАЛ  $f(x_1, \dots, x_n)$ ,  $n \geq 4$ , для которых выполняется равенство  $f(x_1, \dots, x_n) = \bar{f}(x_2, x_3, \bar{x}_1, x_4, \dots, x_n)$ .

### Нижняя оценка

$$|Q(n)| = 4^{2^{n-3}} = 2^{2 \cdot 2^{n-3}} = 2^{2^{n-2}}$$

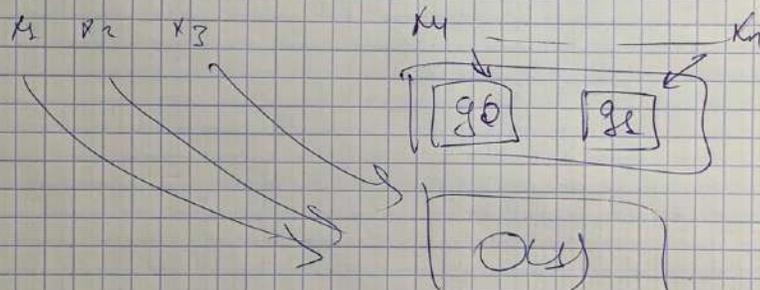
т.к.

$$\begin{array}{ccccccccc} 000 & \rightarrow & 001 & \rightarrow & 011 & \rightarrow & 111 & \rightarrow & 110 & \rightarrow & 100 & \rightarrow & 000 \\ 101 & \rightarrow & 010 & \rightarrow & 101 & & & & & & & & \end{array}$$

→ Для  $x_1, \dots, x_n$  надо для двух наборов  $000 \dots 011$  и  $101 \dots 010$  задать  $f$  от них а все остальные произвольно  
 → знания 2 значения = 4 на каждый набор  
 По утв  $L(Q(n)) \geq \frac{2^{n-2}}{n}$ .

### Верхняя

~~Функция  $f(x_1, \dots, x_n)$  задается на  $2^n$  наборах  $x_1, \dots, x_n$ . По условию  $f(x_1, \dots, x_n) = \bar{f}(x_2, x_3, \bar{x}_1, x_4, \dots, x_n)$ .~~



$$\Rightarrow L(g) = 2 \cdot L(g_0) = 2 \cdot \frac{2^{n-3}}{n-3} \sim \frac{2^{n-2}}{n}$$

$$\Rightarrow L(Q(n)) \sim \frac{2^{n-2}}{n}$$

$$f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = \overline{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3} \cdot f_0(x_4, \dots, x_n)$$

буквы  $x_1, x_2, x_3$  и  $f_0$  — функции

$$\begin{array}{l} \text{или} \\ 2 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot f(101, x_4, \dots, x_n) \\ \overline{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3} \cdot f(010, x_4, \dots, x_n) \end{array} \right. = g_1$$

Установить асимптотику сложности реализации СФЭ самой сложной из тех ФАЛ  $f(x_1, \dots, x_n)$ ,  $n \geq 4$ , для которых выполняется неравенство  $f(x_1, \dots, x_n) \leq (x_1 \oplus x_2)(x_3 \oplus x_4)$ .

$(x_1 \oplus x_2)(x_3 \oplus x_4) = 1$  на наборах
 

0101
0110
1001
1010

$\Rightarrow$  только на этих наборах  $f$  имеет значение 1, а на остальных  $f=0$ . Всего наборов из 4 переменных  $2^4 = 16$ .  $\Rightarrow \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$  - всех наборов.

$\Rightarrow |Q(n)| = 2^{\frac{1}{4} \cdot 2^n} = 2^{2^{n-2}} \Rightarrow$

**Нижняя оценка**  
 по урв 19.2  $L^c(Q(n)) \geq \frac{2^{n-2}}{n-2} \sim \frac{2^{n-2}}{n}$

**Верхняя оценка**

$f = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \cdot f(0, 1, 0, 1, x_5, \dots, x_n) \vee$   
 $\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \cdot f(0, 1, 1, 0, x_5, \dots, x_n) \vee$   
 $x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \cdot f(1, 0, 0, 1, x_5, \dots, x_n) \vee$   
 $x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \cdot f(1, 0, 1, 0, x_5, \dots, x_n)$

$x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ \dots \ x_n$

$\Rightarrow$  по урв 20.2 (иногда  $2^2$ )  $L(\Sigma f) \leq 4 \cdot \frac{2^{n-4}}{n-4}$   
 $\approx \frac{2^{n-2}}{n}$   
 $\Rightarrow L(Q(n)) \sim \frac{2^{n-2}}{n}$

Установить асимптотику сложности реализации СФЭ самой сложной из тех ФАЛ  $f(x_1, \dots, x_n)$ ,  $n \geq 3$ , для которых ФАЛ  $f(x_1, x_2, \sigma_3, \dots, \sigma_n)$  при любых  $(\sigma_3, \dots, \sigma_n)$  является одной из ФАЛ  $x_1 \cdot x_2, x_1 \oplus x_2, x_1 \vee x_2, x_1 \sim x_2$ .

СФЭ,  $Q(n) = \{f \in P_2(n) : \forall \sigma_3, \dots, \sigma_n : f(x_1, x_2, \sigma_3, \dots, \sigma_n) \in \{x_1 \cdot x_2, x_1 \vee x_2, x_1 \rightarrow x_2, x_1 \oplus x_2\}\}$

Ответ:  $L^c(Q(n)) \sim \frac{2^{n-1}}{n}$

① Нижняя оценка:  
 $|Q(n)| = 4^{2^{n-2}} = 2^{2 \cdot 2^{n-2}} = 2^{2^{n-1}}$   
 $f \in Q(n) \rightarrow f(x_1, x_2, 0, 0, \dots, 0) \rightarrow f(x_1, x_2, 1, 1, \dots, 1)$  }  $2^{n-1}$  штук.  
 $\Rightarrow$  по  $L^c(Q(n)) \approx \frac{\log |Q(n)|}{\log \log |Q(n)|} \Rightarrow$   
 $L^c(Q(n)) \approx \frac{2^{n-1}}{n}$

② Верхняя оценка:  
 $f \in Q(n) : f(x_1, \dots, x_n) = \bigvee_{\substack{\sigma_3, \dots, \sigma_n \\ \in B^{n-2}}} f(x_1, x_2, \sigma_3, \dots, \sigma_n) \cdot x_3^{\sigma_3} \cdot \dots \cdot x_n^{\sigma_n}$   
 $\Rightarrow h(x_1, x_2, y_1, y_2) \oplus$   
 $\oplus \bar{y}_1 \bar{y}_2 \cdot (x_1 x_2) \vee \bar{y}_1 y_2 \cdot (x_1 \vee x_2) \vee \dots$   
 $\Rightarrow$ 

$y_1$	$y_2$	$h$
0	0	$x_1 x_2$
0	1	$x_1 \vee x_2$
1	0	$x_1 \rightarrow x_2$
1	1	$x_1 \oplus x_2$

 $\Rightarrow$  опр. по двум битам.  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow \exists \Sigma_{g_1}, \Sigma_{g_2} - \text{СФЭ}, L(\Sigma_{g_i}) \leq \frac{2^{n-2}}{n}$   
 $\Rightarrow L(\Sigma_f) \leq 2 \cdot \frac{2^{n-2}}{n} + O(1) \sim \frac{2^{n-1}}{n}$  Ч.Т.П.

Примечание: берём ФУН-Ю КОТ. ОБЪЕЗД. ОПР.

Установить асимптотику сложности реализации СФЭ самой сложной из тех ФАЛ  $f(x_1, \dots, x_n)$ ,  $n \geq 3$ , для которых ФАЛ  $f(x_1, x_2, \sigma_3, \dots, \sigma_n)$  при любых  $(\sigma_3, \dots, \sigma_n)$  является одной из ФАЛ  $x_1, x_2, x_1 \cdot x_2, x_1 \oplus x_2$ .

(61)  $f(x_1, x_2, \sigma_3, \dots, \sigma_n)$ , при  $\forall (\sigma_3, \dots, \sigma_n) \in B^{n-2}$  предст:  $\begin{cases} x_1 x_2 \\ x_1 x_2 \\ x_1 x_2 \\ x_1 x_2 \end{cases}$

Нижняя оценка:  
 $|Q(n)| = 4^{2^{n-2}} = 2^{2^{n-1}} \Rightarrow L^c(Q(n)) \approx \frac{\log |Q(n)|}{\log \log |Q(n)|} \approx \frac{2^{n-1}}{n}$

Верхняя:  
 $\exists h$ : что от  $y_1$  и  $y_2$  выбирает одну из функций  $\Rightarrow$   
 $y_i = g_i(\sigma_3, \dots, \sigma_n) \ (i=1,2) \Rightarrow L(\Sigma g_i) \leq \frac{2^{n-2}}{n} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow L(\Sigma_i) \leq 2L(\Sigma g_i) + \text{const} \leq \frac{2^{n-1}}{n}$   
 $\Rightarrow L^c(Q(n)) \sim \frac{2^{n-1}}{n}$

### С ТОЧНОСТЬЮ ДО ИЗМЕНЕНИЯ ФУНКЦИЙ

Установить асимптотику сложности реализации СФЭ самой сложной из тех ФАЛ  $f(x_1, \dots, x_n)$ ,  $n \geq 3$ , для которых ФАЛ  $f(x_1, x_2, \sigma_3, \dots, \sigma_n)$  при любых  $(\sigma_3, \dots, \sigma_n)$  представляет собой элементарную конъюнкцию от  $x_1, x_2$ .

(61)  $f(x_1, x_2, \sigma_3, \dots, \sigma_n)$ , при  $\forall (\sigma_3, \dots, \sigma_n) \in B^{n-2}$  предст:  $\begin{cases} x_1 x_2 \\ x_1 x_2 \\ x_1 x_2 \\ x_1 x_2 \end{cases}$

Нижняя оценка:  
 $|Q(n)| = 4^{2^{n-2}} = 2^{2^{n-1}} \Rightarrow L^c(Q(n)) \approx \frac{\log |Q(n)|}{\log \log |Q(n)|} \approx \frac{2^{n-1}}{n}$

Верхняя:  
 $\exists h$ : что от  $y_1$  и  $y_2$  выбирает одну из функций  $\Rightarrow$   
 $y_i = g_i(\sigma_3, \dots, \sigma_n) \ (i=1,2) \Rightarrow L(\Sigma g_i) \leq \frac{2^{n-2}}{n} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow L(\Sigma_i) \leq 2L(\Sigma g_i) + \text{const} \leq \frac{2^{n-1}}{n}$   
 $\Rightarrow L^c(Q(n)) \sim \frac{2^{n-1}}{n}$

Установить асимптотику сложности реализации СФЭ самой сложной из тех ФАЛ  $f(x_1, \dots, x_n)$ ,  $n \geq 1$ , которые на любой паре противоположных наборов принимают одинаковые значения.

$|Q(n)| = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2^n}{2} = 2^{n-1}$

По урв. 19.2, так как  $n = O\left(\frac{\log |Q(n)|}{\log \log |Q(n)|}\right)$ , то  $L^c(Q(n)) \approx \frac{\log |Q(n)|}{\log \log |Q(n)|}$

$= \frac{2^{n-1}}{n-1} \sim \frac{2^{n-1}}{n}$  ← нижняя оценка

Верхняя оценка:

$f(x_1, \dots, x_n) = g(x_1 \oplus x_2, x_1 \oplus x_3, \dots, x_1 \oplus x_n)$

$x_1 = 0 \rightarrow f(0, x_2, \dots, x_n) = g(x_2, x_3, \dots, x_n)$

$x_1 = 1 \rightarrow f(1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) = g(x_2, x_3, \dots, x_n) = f(0, x_2, \dots, x_n)$

$\Rightarrow f$  действ. представляе в виде и упр-е заданн выполнением

$\exists \Sigma \oplus$ -схема реализ  $a \oplus b$ . Тогда

$\Rightarrow L(\Sigma_f) \leq \underbrace{n \cdot L(\Sigma \oplus)}_{O(n)} + L^c(\Sigma_g) \leq \frac{2^{n-1}}{n}$  — по урв. 19.2

$\Rightarrow \boxed{L(Q(n)) \sim \frac{2^{n-1}}{n}}$

Установить асимптотику сложности реализации СФЭ самой сложной из тех ФАЛ  $f(x_1, \dots, x_n)$ ,  $n \geq 1$ , которые равны 1 на всех наборах с нечетным числом единиц.

$Q(n) = \{ f = f(x_1, \dots, x_n) \mid f(\sigma_1, \dots, \sigma_n) = 1, \text{ если } \sigma_1 \oplus \dots \oplus \sigma_n = 1 \}$

① Нижнее оценка.  
 $|Q(n)| = 2^{2^{n-1}} \Rightarrow L^{CFE}(Q(n)) \geq \frac{\log 2^{2^{n-1}}}{\log \log 2^{2^{n-1}}} =$   
 $(m.k. n = o(\frac{\log |Q(n)|}{\log \log |Q(n)|}))$   
 $= \frac{2^{n-1}}{n-1} \sim \frac{2^{n-1}}{n}$

② Верхнее оценка.  
 $f(x_1, \dots, x_n) = (x_1 \oplus \dots \oplus x_n) \cdot 1 \vee f(x_1, \dots, x_{n-1}, x_{\oplus} \oplus x_n)$   
 $g(x_1, \dots, x_{n-1}) = f(x_1, \dots, x_{n-1}, x_{\oplus} \oplus x_n) \in P_2(n-1)$   
 $\Rightarrow \exists \Sigma_g \xleftarrow{CFE} \text{рем. } g : L(\Sigma_g) \leq \frac{2^{n-1}}{n}$

$L(\Sigma_f) = O(n) + L(\Sigma_g) \leq \frac{2^{n-1}}{n} + O(n) \sim \frac{2^{n-1}}{n}$

$L^{CFE}(Q(n)) \sim \frac{2^{n-1}}{n}$